

第一大題 [共 34 分]

某調查人員對某地區之流浪動物進行調查，在一天（24 小時）內，記錄該地區出現之流浪貓與流浪狗數量。調查結果：流浪貓 11 隻，流浪狗 14 隻。假設該地區流浪動物的出現為隨機事件，且在單位時間內其平均出現率為固定常數。

- (A) (5 分) 在固定時間內進行調查，記錄該地區出現之流浪貓與流浪狗隻數，請問其隻數可合理假設分別服從何種機率分布，並說明理由。
- (B) (5 分) 若調查人員欲檢定該地區「流浪狗的密度是否大於流浪貓的密度」，請以適當的參數表示，寫出虛無假設 (H_0) 與對立假設 (H_1)。
- (C) (5 分) 在顯著水準 ($\alpha=0.05$) 下，利用適當的近似方法推導檢定統計量，並寫出拒絕域。(已知 $Z \sim N(0,1)$, $P(Z > 1.65) = 0.05$; $P(Z > 1.96) = 0.025$)
- (D) (5 分) 根據上述調查結果，請判斷是否拒絕虛無假設，並簡要說明理由。
- (E) (5 分) 請說明在本研究情境下，「型一錯誤 (Type I error)」與「型二錯誤 (Type II error)」的實際意義。
- (F) (5 分) 若再增加三天的資料收集，四天共記錄到流浪貓 40 隻，流浪狗 60 隻。則檢定的結果為何？
- (G) (4 分) 請說明(D) 和 (F) 的結果是否有矛盾？為什麼？

第二大題 [共 16 分]

某研究欲探討台灣農戶之耕作管理方式與作物病害發生程度是否具有關聯性。其中，耕作管理方式分為三種類型（慣行、有機、友善），作物病害發生程度分為四個等級（無、輕度、中度、嚴重）。假設所有樣本均來自台灣農業生產農戶。

請判斷下列敘述是否正確，並簡要說明理由。(每小題 2 分)

- (A) 若耕作管理方式與作物病害發生程度在母體中相互獨立，表示作物病害發生程度的條件分布不隨耕作管理方式而改變。
- (B) 若樣本係由台灣農戶中以簡單隨機抽樣方式取得，則可利用卡方獨立性檢定 (chi-square test of independence) 來檢定耕作管理方式與作物病害發生程度是否相互獨立。
- (C) 在上述卡方獨立性檢定所對應的母體列聯機率模型中，於虛無假設與對立假設下，可自由變動的母體列聯機率參數數分別為 7 與 12。
- (D) 若樣本係在不同耕作管理方式的農戶中分別抽樣取得，則可利用卡方同質性檢定 (chi-square test of homogeneity) 來檢定各耕作管理方式下之作物病害發生程度分布是否相同。
- (E) 在上述卡方同質性檢定所對應的母體列聯機率模型中，於虛無假設與對立假設下，可自由變動的母體列聯機率參數數目分別為 5 與 11。
- (F) 對於卡方獨立性檢定或卡方同質性檢定而言，在卡方檢定中，僅當卡方檢定統計量的值足夠大時，才可能導致拒絕虛無假設。
- (G) 對於卡方獨立性檢定或卡方同質性檢定，在虛無假設成立的情況下，期望列聯表可由邊際分布唯一決定。
- (H) 在本研究中，若檢定結果顯示耕作管理方式與作物病害發生程度具有顯著關聯性，是否可以直接推論「耕作管理方式會造成病害發生程度的差異」？請說明理由。

見背面

題號： 195
科目： 統計學(B)
節次： 2

國立臺灣大學 115 學年度碩士班招生考試試題

題號： 195

共 3 頁之第 2 頁

第三大題：肥料對小麥產量的影響 [共 50 分]

農藝研究人員正在研究三種氮 (N) 肥處理對小麥產量 (bushels/acre, 蒲式耳/英畝) 的影響：化學肥料 (Chemical Fertilizer)、有機肥料 (Organic Fertilizer)、無肥料 (No Fertilizer)。研究人員收集了 90 塊田地的資料，每種處理 30 塊田地 ($n=30$)，並將處理隨機分配到初始條件相似的田地。

樣本資料摘要：

- 變異數齊性 F 檢定 (F-test for equality of variances): 無顯著差異
- 各處理組的資料均呈近似常態分布 (normally distributed)
- 每塊田地均測量了土壤氮 (soil nitrogen, N) 含量 (ppm)
- 高產量 (high yield) 定義為 >50 bushels/acre

Treatment	Sample Size (n)	Mean Yield	Standard Deviation
化學肥料 Chemical Fertilizer	30	52.5	5.9
有機肥料 Organic Fertilizer	30	45.8	6.2
無肥料 No Fertilizer	30	43.2	6.0

統計分析：研究人員遵循教科書的分析方法，首先進行單因子變異數分析 (one-way ANOVA)，以處理類型為因子 (factor)、產量為反應變數 (response variable)，得到 $F(2, 87) = 18.73, p < 0.001$ 。接著進行 Tukey's HSD 事後檢定 (post-hoc test)，結果如下：

- 化學肥料 vs. 無肥料: $p < 0.001$
- 化學肥料 vs. 有機肥料: $p = 0.002$
- 有機肥料 vs. 無肥料: $p = 0.184$

結論：化學肥料處理在成對比較中顯示出顯著較高的產量。因此，化學肥料是最佳的肥料。

本題假設以上所有資訊均正確。

作答說明：接下來五位不同的研究人員分別進行了分析。針對以下每個案例，請評估並提供簡潔且具體的論述，說明問題與影響並引用數據支持，避免籠統陳述（如 方法不適當，需要更多分析等）：

1. **統計效度 (Statistical Validity):** 此分析對於研究問題和資料結構在統計上是否適當？請指出任何違反統計假設 (statistical assumptions)、方法誤用 (misuse of methods) 或錯誤詮釋 (incorrect interpretations) 之處。若正確/有效：說明為何此方法適當；若不正確/無效：說明問題所在並建議如何修正。
2. **生物意涵 (Biological Interpretation):** 此分析告訴我們氮肥如何影響農業實務中的小麥產量？能否將統計結果轉化為可行的見解，並適當地反映農民在決策時所需的資訊？

案例 A：研究人員對每種處理分別進行產量對土壤氮(N)含量的簡單線性迴歸

肥料處理	R ²	Slope	Intercept	P-value
化學肥料 Chemical Fertilizer	0.78	0.45	30.2	< 0.001
有機肥料 Organic Fertilizer	0.33	0.39	26.4	0.002
無肥料 No Fertilizer	0.31	0.35	25.8	0.002

結論：化學肥料處理的 R² 值最高 0.78。因此，化學肥料是最佳的肥料。

問題 3A(a): 評估案例 A 的評估統計效度 (Statistical Validity) [5 分]?

問題 3A(b): 評估案例 A 的評估生物意涵 (Biological Interpretation) [5 分]?

接次頁

題號： 195
科目： 統計學(B)
節次： 2

國立臺灣大學 115 學年度碩士班招生考試試題

題號： 195
共 3 頁之第 3 頁

案例 B： 研究人員計算變異係數 (coefficient of variation, CV) ，各處理的 CV：

- 化學肥料 Chemical Fertilizer： $(5.9 / 52.5) \times 100\% = 11.2\%$
- 有機肥料 Organic Fertilizer： $(6.2 / 45.8) \times 100\% = 13.5\%$
- 無肥料 No Fertilizer： $(6.0 / 43.2) \times 100\% = 13.9\%$

結論：化學肥料的 CV 最低 11.2%。因此，化學肥料是最佳的肥料。

問題 3B(a)： 評估案例 B 的評估統計效度 (Statistical Validity) [5 分]?

問題 3B(b)： 評估案例 B 的評估生物意涵 (Biological Interpretation) [5 分]?

案例 C： 研究人員從資料中計算條件機率，給定處理類型，高產量 (>50 bushels/acre) 的機率：

- $P(\text{Yield} > 50 \mid \text{Chemical Fertilizer}) = 18/30 = 0.60$
- $P(\text{Yield} > 50 \mid \text{Organic Fertilizer}) = 7/30 = 0.233$
- $P(\text{Yield} > 50 \mid \text{No Fertilizer}) = 4/30 = 0.133$

結論：化學肥料處理達到高產量的機率最高 60%。因此，化學肥料是最佳的肥料。

問題 3C(a)： 評估案例 C 的評估統計效度 (Statistical Validity) [5 分]?

問題 3C(b)： 評估案例 C 的評估生物意涵 (Biological Interpretation) [5 分]?

案例 D： 研究人員計算各處理的平均產量 95%信賴區間：

- 化學肥料 Chemical Fertilizer: $52.5 \pm 2.2 \rightarrow [50.3, 54.7]$
- 有機肥料 Organic Fertilizer: $45.8 \pm 2.3 \rightarrow [43.5, 48.1]$
- 無肥料 No Fertilizer: $43.2 \pm 2.2 \rightarrow [41.0, 45.4]$

結論：化學肥料的信賴區間與其他處理不重疊。因此，化學肥料是最佳的肥料。

問題 3D(a)： 評估案例 D 的統計效度 (Statistical Validity) [5 分]?

問題 3D(b)： 評估案例 D 的評估生物意涵 (Biological Interpretation) [5 分]?

案例 E： 研究人員將處理進行編碼：無肥料=0、有機肥料=1、化學肥料=2，並計算與產量的 Pearson 相關係數 (Pearson correlation)，得到 $r = 0.82, p < 0.001$ 。

結論：化學肥料處理的 r 值最高 0.82。因此，化學肥料是最佳的肥料。

問題 3E(a)： 評估案例 E 的評估統計效度 (Statistical Validity) [5 分]?

問題 3E(b)： 評估案例 E 的評估生物意涵 (Biological Interpretation) [5 分]?

試題隨卷繳回