

1. 如果 $P = P^T P$ ，證明 P 是一個投影矩陣。(5分)
2. 請求出投影矩陣 P ，其投影空間為由 $a_1 = (1,1,0), a_2 = (1,1,1)$ 所展開的子空間，並找出一個非零向量 b ，使得在此投影下被投影為零向量(即 $Pb = 0$)。(10分)

3. 求 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ 的行列式 $\det(A)$ 。計算 $\det(2A), \det(-A), \det(A^2)$ ，跟 $\det(A^{-1})$ 。(10分)

4. 求 $\int \frac{\cos(x)dx}{\sqrt{\sin^{11}(x)}}$ 。(5分)

5. 求 $\int e^{2x} e^{e^x} dx$ ， e 是自然對數的底數。(5分)

6. 求 $\int \frac{\ln(x)}{x} dx$ 。(5分)

7. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2}$ ， e 是自然對數的底數。(5分)

8. 求 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^n}{e^x}$ ， e 是自然對數的底數。(5分)

9. $f(x) = \frac{x(x^2-5)+5(x-1)}{(x^3-1)}$ ，請求出 $f'(x)$ 。(5分)

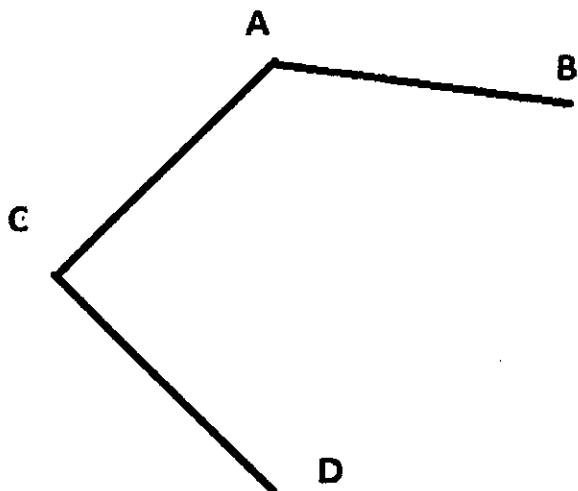
10. $f(x) = (x^3 + x)^4$ ，請求出 $f''(x)$ 。(5分)

11. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{(3x^2+10x+8)^2}$ ，請求出此式解。(5分)

12. $x = 1, x = 3, y = x^2 - 1, y = -3x + 9$ ，請繪製出四條線圍起來的圖形並計算其面積。(10分)

13. 矩陣 $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & -4 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ ，請求出矩陣 A 的特徵值(eigenvalue) (5分) 及特徵向量(eigenvector) (5分)，並計算 A^9 (5分)。

14. 一傳染病原於 C 鄉鎮大幅出現，其特色為經過一小時後，該病原會隨機的轉往鄰近鄉鎮(會停留於原本鄉鎮)，請寫出鄉鎮間的轉移矩陣 (5分)，若起始時 C 鄉鎮具有 10000 隻病原請問在經過極長時間後，各鄉鎮具有的病原數各是多少? (5分)



試題隨卷繳回