

考試科目	微積分	系所別	科技管理與智慧財產研究所 科技管理組	考試時間	2月6日(星期五) 第二節
------	-----	-----	-----------------------	------	---------------

以下各題，每大題 10 分，共 100 分。請寫明計算程序，無過程 0 分計算。

註：本卷中的「 e 」為尤拉數。

1.(1) 試求 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \int_2^x \frac{1}{\sqrt{t^2+2t+8}} dt = ?$

(2) 試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{n}{n^2} + \frac{n}{(n+2)^2} + \frac{n}{(n+4)^2} + \dots + \frac{n}{(3n-2)^2} \right] = ?$

2. 試求 $\int e^x \sin x dx = ?$

3. 試求下列級數的收斂區間為何？

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n \cdot 4^n}$$

4. 試求 $\int \frac{x+3}{\sqrt{9-x^2}} dx = ?$

5. 星狀曲線 $x = \cos^3 t, y = \sin^3 t, 0 \leq t \leq \pi$ 的長度為何？

6. 已知隨機變數 X 的機率密度函數為 $f(x) = \begin{cases} kx^2 e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ ，試求：

(1) 常數 k 的值

(2) 累積分佈函數 $F(x) = P(X \leq x) = \int_0^x f(t) dt$

(3) 期望值 $E(X)$

7. 試求 $\iiint_E \frac{z^2}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} dV = ?$ 其中 $E = \{(x, y, z) | 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, z \geq 0\}$ 。

8. 試解微分方程式 $6 \frac{dy}{dx} + y^4 e^{2x} = 0$

9. 試求 $\int_0^{\infty} x^3 e^{-x^2} dx = ?$

10. 設某產品的產量函數為 $f(x, y) = 240x^{\frac{3}{4}}y^{\frac{1}{4}}$ 。[x 表示勞力財(labor)的單位數， y 表示資本財(capital)的單位數]。若每一單位的勞力財為 200 元，且每一單位的資本財為 400 元，試求在總花費不超過 48000 元的最大產量為何？

備

註

- 一、作答於試題上者，不予計分。
- 二、試題請隨卷繳交。