

題號： 243

國立臺灣大學 114 學年度碩士班招生考試試題

科目： 工程數學(J)

節次： 4

題號：243

共 1 頁之第 1 頁

1. 如 Fig. 1 所示之電路，輸入為週期信號 $v(t) = 100t(\pi^2 - t^2)$, $-\pi \leq t < \pi$ 且 $v(t + 2\pi) = v(t)$ 。(1) 試求 $v(t)$ 的傅立葉級數。【計分：6 分】(2) 試求電流 $i(t)$ 的穩態解 = ? 【計分：9 分】

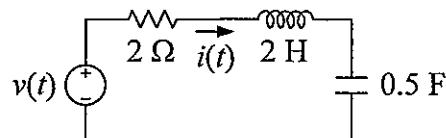


Fig. 1

2. 試求解下列的偏微分方程式：【計分：20 分】

$$a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad 0 < x < L, \quad t > 0$$

$$u(0, t) = 0, \quad E \frac{\partial u(L, t)}{\partial x} = F_0, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = 0, \quad 0 < x < L$$

此處， a^2 、 L 、 E 、與 F_0 均為常數。

3. 試求線積分 $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = ?$ 其中， $\mathbf{F} = \frac{2}{x^2 + y^2} \mathbf{i} + \frac{1}{x^2 + y^2} \mathbf{j}$ ，路徑 C 為由點 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 至點 $(1, \sqrt{3})$ 的三條直線段所組成，如 Fig. 2 所示。【計分：15 分】

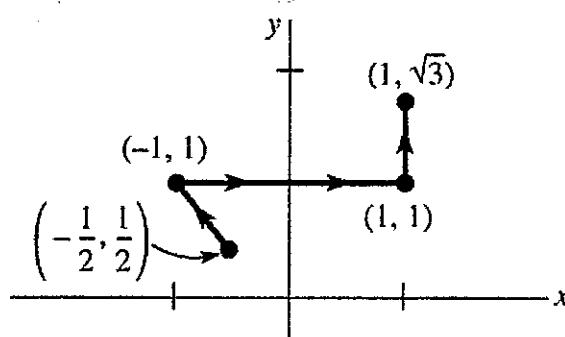


Fig. 2

4. 求解微分方程式: $\left(1 - \frac{3}{y} + x\right) \frac{dy}{dx} + y = \frac{3}{x} - 1$ 。【計分：10 分】

5. $\frac{d^2y}{dt^2} - 3 \frac{dy}{dt} + 2y = e^t$, $y(0) = 1, y'(0) = 5$ ，請求解此微分方程式的 zero state response 與 zero input response 【計分：15 分】？

6. 請求出 e^A ，當中的 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。【計分：10 分】

7. 請以 Laplace transform 求解微分方程式: $y'' + y = u(t - 1)$, $y(0) = 1, y'(0) = 0$ ，當中 $u(t)$ 為單位步階函數。【計分：15 分】