國立聯合大學 100 學年度

電機資訊學 (院)學系轉學生招生考試試題紙

科目：工程數學　第 1 頁共 1 頁

1. 求積分 $\int_0^1 xe^{-x}dx$ (10%)
2. 微分方程式 $y'+y=\sin(x)$ (a) 求一般解 (general solution) (b) 求滿足 $y(0)=1/2$ 的特解 (particular solution) (5%×2=10%)
3. 微分方程式 $y''-6y'+9y=0$ (a) 求兩線性獨立的解 $y_1(x)$ 與 $y_2(x)$ (b) 證明你所求出的 $y_1(x)$ 與 $y_2(x)$爲線性獨立 (5%×2=10%)
4. 使用拉普拉斯轉換 (Laplace Transform) 解 $y'(t)-4y(t)=1;\quad y(0)=1;$ (a) 求 $Y(s)$ ($Y(s)$爲$y(t)$的拉普拉斯轉換) (b) 求 $y(t)$ (5%×2=10%)
5. 使用拉普拉斯轉換 (Laplace Transform) 解 $y''(t)+2y'(t)+2y(t)=\delta(t-2);\quad y(0)=y'(0)=0;$ (a) 求 $Y(s)$ ($Y(s)$爲 $y(t)$的拉普拉斯轉換) (b) 求 $y(t)$ (5%×2=10%)
6. 以向量的解法，求包含 (1,0,−2), (0,0,0), (5,1,1) 三點之平面的 (a) 平面法向量 (b) 平面方程式 (5%×2=10%)
7. 純量場 $\varphi(x,y,z)=x+y+z$ 與 向量場 $\mathbf{F}=xy\mathbf{i}+yz\mathbf{j}+zx\mathbf{k}$ (a) 求 $\nabla\varphi$ (b) 求 $\nabla\cdot\mathbf{F}$ (5%×2=10%)
8. 方程組 $\begin{aligned} x_1+2x_2-x_3+x_4&=0 \\ x_2-x_3+x_4&=0 \end{aligned}$，求此方程組的通解 (須寫成行矩陣 或 行矩陣之和) (10%)
9. 矩陣 $\mathbf{A}=\begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ (a) 求 $\mathbf{A}$ 的簡化形式 (b) 求 $\mathbf{A}$ 的秩 (rank) (5%×2=10%)
10. 令 $f(x)=1$， $-\pi\le x\le\pi$ ， 求 $f(x)$ 在定義區間 $[-\pi,\pi]$ 之傅立葉級數 (10%)

提示

(i) 拉普拉斯轉換 (Laplace Transform)

	$f(t)$	⇔	$F(s)$
(1)	1	⇔	$1/s$
(2)	$H(t)$	⇔	$1/s$
(3)	$\delta(t)$	⇔	1
(4)	t	⇔	$1/s^2$
(5)	t^n	⇔	$n!/s^{n+1}$
(6)	e^{at}	⇔	$1/(s-a)$
(7)	$\sin(at)$	⇔	$a/(s^2+a^2)$
(8)	$\cos(at)$	⇔	$s/(s^2+a^2)$
(9)	$tf(t)$	⇔	$-F'(s)$
(10)	$e^{at}f(t)$	⇔	$F(s-a)$
(11)	$f(t-a)H(t-a)$	⇔	$e^{-as}F(s)$
(12)	$f^{(n)}(t)$	⇔	$s^nF(s)-s^{n-1}f(0)-\cdots-f^{(n-1)}(0)$

(ii) 傅立葉級數

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos\frac{n\pi x}{L}+b_n\sin\frac{n\pi x}{L})$$

$$a_0=\frac{1}{L}\int_{-L}^{L}f(x)dx$$

$$a_n=\frac{1}{L}\int_{-L}^{L}f(x)\cos\frac{n\pi x}{L}dx$$

$$b_n=\frac{1}{L}\int_{-L}^{L}f(x)\sin\frac{n\pi x}{L}dx$$