

考試科目	統計學	系別	經濟學系 >166	考試時間	7 月 12 日(五) 第四節
------	-----	----	-----------	------	-----------------

1. (30%) 令 A 和 B 為同一出象空間 (outcome space) 中的兩個事件 (events), 且 $\mathbb{P}(A) = 0.3$, $\mathbb{P}(B) = 0.5$ 。請依下各種狀況計算 $\mathbb{P}(A \cup B)$ 。

- (1) $\mathbb{P}(A \cap B) = 0.2$;
- (2) A 和 B 為互斥事件 (mutually exclusive events);
- (3) $A \subseteq B$;
- (4) $A \subseteq B^c$, 其中 B^c 為 B 事件的補集 (complement);
- (5) $\mathbb{P}(B|A) = 1$;
- (6) $\mathbb{P}(A|B) = 0.2$ 。

2. (10%) 請分別說明以下兩個函數是否可為機率密度函數 (probability density function)。

$$(1) f_1(x) = \begin{cases} (x+1)/2, & 0 \leq x < 1, \\ 0, & x \text{ 為其他值。} \end{cases}$$

$$(2) f_1(x) = \begin{cases} 2-4x, & 0 \leq x < 1/2, \\ 4x-2, & 1/2 \leq x \leq 1, \\ 0, & x \text{ 為其他值。} \end{cases}$$

3. (15%) 假設等待 236 公車的時間為從 0 分鐘到 15 分鐘的均等分配 (uniform distribution)。

- (1) 請問等該路公車超過 10 分鐘的機率為何?
- (2) 請問等該路公車的時分介於 5 分鐘與 10 分鐘的機率為何?
- (3) 請問等該路公車的均數 μ 與標準差 σ 為何?

考試科目	統計學	系別	經濟學系 2166	考試時間	7 月 12 日(五) 第四節
------	-----	----	-----------	------	-----------------

4. (10%) 請根據以下的累積分配函數 (cumulative distribution function) 求出 $E[X]$ 與 $\text{var}(X)$ 。

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 12, \\ 0.25, & 12 \leq x < 16, \\ 0.5, & 16 \leq x < 22, \\ 0.75, & 22 \leq x < 30, \\ 1, & 30 \leq x. \end{cases}$$

5. (15%) 若隨機變數 X 和 Y 之聯合機率函數 (joint probability function) 為 $f_{X,Y}(x, y) = c(x+y)$, 其中, $x = 0, 1, 2, y = 1, 2, 3$, 而 c 為未知的實數。
- (1) 請計算 X 和 Y 各自的邊際機率 (marginal probability) 以及其均數 (mean)。
 - (2) 請計算 $\text{cov}(X, Y)$ 。
 - (3) 請計算 $E[X|Y = 2]$ 以及 $E[3 + 0.2Y|X = 2]$ 。
6. (20%) 假設甲乙兩班的學生的身高皆呈現常態分配, 其變異數皆為 256。甲班的人數為 20 人, 測得其身高之平均數為 165 公分; 乙班的人數為 25 人, 測得其身高的平均數為 155 公分。試求:
- (1) 在 95% 的信賴係數下, 計算各班學生平均身高的信賴區間。
 - (2) 在 95% 的信賴係數下, 計算兩班學生平均身高之差的信賴區間。