

1. (a) (4分)說明統計學與一般數學有什麼相同與不同。(b) (4分)說明族群與樣本是什麼。(c) (2分)說明隨機樣本是什麼。(d) (2分)寫出用 R 語言從 1 到 10 中隨機取出 3 個數的指令。
2. (a) (4分)說明標準偏差與標準誤差是什麼。(b) (2分)說明期望值是什麼。(c) (1分)樣本平均值的期望值等於族群平均值嗎。(d) (2分)證明。(e) (1分)樣本變方的期望值等於族群變方嗎。(f) (2分)證明。
3. (a) (4分)說明貝氏定理是什麼。(b) (4分)說明二項分布和卜瓦松分布是什麼。(c) (2分)說明標準化值是什麼。(d) (2分)標準化值是什麼分布。(e) (2分)寫出此分布的函數曲線方程式。(f) (2分)畫出此分布曲線的特徵。
4. (a) (2分)說明中央極限定理是什麼。(b) (4分)說明信賴區間和信賴水準是什麼。(c) (4分)使新品種作物種子 500 枚發芽，400 枚成功發芽，計算發芽率的 95%信賴區間。
5. 解釋以下名詞(每小題各 2 分)。
 - (a) 假設檢定中，何謂型一誤差(type I error)和顯著水準(significance level)？
 - (b) 假設檢定中，何謂檢定的檢定力(power)和型二誤差(type II error)？
 - (c) 假設檢定中，何謂檢定統計量的不偏性(unbiased)？
 - (d) 假設檢定中，比較兩個不同的檢定統計量，何謂相對效率(relative efficiency)？
6. 判斷以下敘述的對錯，並解釋原因(每小題各 2 分)。
 - (e) 在假設檢定中，我們傾向保護對立假設。
 - (f) 在假設檢定中，p-value 會受顯著水準 α 的影響。
 - (g) 假設(-2.0, 3.0)是一常態分佈期望值 μ 的 99%的信賴區間，表示(-2.0, 3.0)涵蓋 μ 的機率是 0.99。
 - (h) 當檢定的顯著水準是 α ，表示虛無假設為真的機率是 α 。
 - (i) 已知型一誤差的後果會很嚴重，我們可以設定較小的檢定的顯著水準 α 。
 - (j) 針對某個假設檢定問題，假設 T 是檢定統計量，因此根據 T , $T+10$ 或 e^T 這三個不同統計量，其檢定結果會不一樣。
 - (k) 給定一假設檢定的檢定方法，增加樣本數，可同時降低型一誤差和型二誤差。
 - (l) 檢定某個錢幣是否公正，分別對這枚硬幣進行兩次不同次數的隨機投擲試驗，結果第一次得到出現正面的比例是 0.52，第二次出現正面的比例是 0.55，如果第二次的試驗的檢定結果是無法拒絕“錢幣是公平的”，表示第一次的結論也應該得到相同的結論。
7. 在孟德爾碗豆之有關種皮實驗中，假設有 400 株碗豆，具 AA、Aa、aa 各有 120、190、90 株，是否違反 1 : 2 : 1 比例?設定虛無假設與對立假設: $H_0: AA : Aa : aa = 1 : 2 : 1$ vs. $H_1: H_0$ 不滿足，
 - (a) (4分) H_0 及 H_1 的母體參數空間的維度各是多少?(b) (6分)利用卡方檢定: $\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$ ，設顯著水準為 $\alpha = 5\%$ ，其檢定結果為何? (當 $X \sim \chi_r^2$ ，則 $P(X > \chi_{r,0.05}^2) = 0.05$ ，已知 $\chi_{1,0.05}^2 = 3.84$, $\chi_{2,0.05}^2 = 5.99$, $\chi_{3,0.05}^2 = 7.81$)
8. 假設 X_1, X_2, \dots, X_n 為一組樣本數為 n 的獨立隨機變數，具有常態分佈，其變異數 $\sigma^2 = 1$ ，以樣本平均數檢定 $H_0: \mu \leq 0$ vs. $H_1: \mu > 0$ 。
 - (a) (2分)當設定顯著水準: $\alpha = 5\%$ 時，拒絕域 (rejection region)為何?(b) (6分)當顯著水準: $\alpha = 5\%$ 且檢定力(power)滿足: $\beta(\mu = 0.5) = 0.95$ ，所需的樣本數為何?(當 $X \sim N(0,1)$ ，則 $P(X > 1.64) = 0.05$)
9. 假設台灣在一年內的農業發生的病蟲害次數 X ，可以假設為一隨機變數，具有 $Poisson(\lambda)$ 分配，在最近一年內病蟲害發生 12 件，然而過去數年的平均病蟲害次數是 16，在顯著水準為 5%下，檢定今年的病蟲害是否有改善?
 - (a) (2分)寫出假設檢定的虛無假設(H_0) 和對立假設(H_1)。(b) (6分)利用中央極限定理，檢定(a)的假設。