

國立高雄海洋科技大學 101 年度碩士班考試入學  
造船及海洋工程研究所- 工程數學試題  
(※不須使用計算機)

1. 工程數學主要是要解決工程上之數學問題，工程問題必須經過模式化 (modeling) 的過程將工程問題轉化成數學命題，現有一自由落體問題需要求解，題目可描述成「加速度=重力加速度  $g$ 」，若以  $y$  表示成落下之距離， $y'$  表示成落下之速度(距離  $y$  對時間  $t$  的一次微分)， $y''$  表示成落下之加速度(距離  $y$  對時間  $t$  的二次微分)，試求解：
  - (a) 將此工程問題轉化成數學命題 (6%)
  - (b) 求解 (a) 所列出之微分方程式 (8%)
  - (c) 若  $y(0) = 0, y'(0) = 0$ ，試計算  $t = 2$  s 時之落下速度與落下距離 (6%)
2. 試求解常係數非齊次二階微分方程式  $y'' - y' - 2y = 4e^x$  (15%)
3. 拉普拉斯轉換 (Laplace transform) 之定義為  $F(s) = \mathcal{L}(f) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$ ，可將一個信號從時域 ( $t$ )，轉換為複頻域 ( $s$  域) 上來表示，對於分析系統特性、系統穩定有著重大意義，同時，應用拉普拉斯轉換來解常微分方程式，更可以將微分方程式轉換為代數方程式，方便問題之解決，因此常用於控制自動化系統之應用，可求出系統之轉換方程式。已知任意  $n$  階導數之拉普拉斯轉換可寫成  $\mathcal{L}(f^{(n)}) = S^n \mathcal{L}(f) - S^{n-1} f(0) - S^{n-2} f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$ ，其中  $f^{(n)}$  表示函數  $f$  之  $n$  階導數，試由此概念，計算  $\mathcal{L}(\sin wt) = ?$ ，提示：當  $f(t) = \sin wt$  時， $f(0) = 0, f'(0) = \dots$ ，由此推導。 (15%)
4.  $f(t) = t^2 + 2, (-\pi \leq t \leq \pi)$ ，試求此週期函數的傅立葉級數展開。(15 %)
5.  $A = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -9 & 6 \end{bmatrix}$ ，試求  $A$  矩陣的特徵值及特徵向量。(15 %)
6. 一維熱傳導方程式： $\frac{\partial u}{\partial t} = c \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ ，( $0 \leq x \leq L, t \geq 0$ )，其中  $c$  為熱傳常數，溫度  $u(x, t)$  為長度  $x$  和時間  $t$  的函數。若溫度之邊界條件(Boundary Conditions) 為  $u(0, t) = u(L, t) = 0$ 、初始條件(Initial Condition) 為  $u(x, 0) = 100 \sin(\pi x / L)$ ，試求解  $u(x, t) = ?$  (20 %)

< 試題結束 >