

國立中山大學 112 學年度 碩士班暨碩士在職專班招生考試試題

科目名稱：統計學【財管系碩士班甲組、乙組、丙組】

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

- 考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，請衡酌作答(不得另攜帶紙張，亦不得使用應考證空白處作為計算紙使用)。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，後果由考生自負。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

國立中山大學 112 學年度碩士班暨碩士在職專班招生考試試題

科目名稱：統計學【財管系碩士班甲組、乙組、丙組】
※本科目依簡章規定「不可以」使用計算機(選擇題)

題號：443001
共 6 頁第 1 頁

注意事項：各題的計分方式與配分不完全相同，請參考各部份開頭說明。如有需要，可參考最後一頁公式。

第一部份：單選題（第 1-4 題，總共 20 分，每題 5 分，答錯倒扣 1.6 分，至多扣至本部份總分為零分；未作答者，該題以零分計。）

【題組：包括第 1-4 題。再次提醒：第 1-4 題為單選題。】

令 $\{Z_1, Z_2, Z_3, Z_4\}$ 為一組連續型隨機樣本，其中每一個隨機變數皆服從標準常態分配，期望值皆為 0，變異數皆為 1。

1. $Z_1^2 + Z_2^2 + Z_3^2 + Z_4^2$ 的變異數是以下何者？
(A) 2 (B) 4 (C) 8 (D) 12 (E) 16
2. $\frac{Z_1^2}{Z_2^2}$ 的變異數是以下何者？
(A) 1 (B) π (C) 2 (D) $\frac{1}{\pi}$ (E) 以上皆非
3. 令隨機變數 $Y = \frac{Z_1^2}{Z_1^2 + Z_2^2}$ ， Y 的變異數是以下何者？
(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{8}$ (C) $\frac{1}{16}$ (D) $\frac{1}{24}$ (E) 以上皆非
4. 令隨機變數 $T = \frac{2(Z_1^2 + Z_2^2)}{Z_1^2 + Z_2^2 + Z_3^2 + Z_4^2}$ ， T 的變異數是以下何者？
(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{12}$ (D) $\frac{1}{18}$ (E) 以上皆非

第二部份：複選題（第 5-9 題，總共 80 分，每題 16 分且各有 5 個選項，每錯一選項扣 3.8 分，至多倒扣至該小題分數為零分；得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計。）

提醒：若無特別說明，母體皆為常態分配。表格中出現(??)或空白是指表格原有這些文字或符號或數據，作答時若有用到需自行判斷或計算。

【再次提醒：從下一頁開始的題目為複選題。】

國立中山大學 112 學年度碩士班暨碩士在職專班招生考試試題

科目名稱：統計學【財管系碩士班甲組、乙組、丙組】

題號：443001

※本科目依簡章規定「不可以」使用計算機(選擇題)

共 6 頁第 2 頁

5. 研究者想了解成年人對於金融知識的了解程度，設計測驗問卷請受測者回答並予以評分。

這次的研究共有 16 位受測者，得分由小至大排列如下：

32 35 37 45 46 56 58 61 65 70 72 77 79 85 88 90

研究者運用 R 語言進行統計分析，將以上 16 個數據存放在 f_grade 變數中，並且想了解以下內容：

(i) 這 16 個數據的敘述統計；

(ii) 金融知識測驗分數的母體平均數是否為 60 分，使用指令

`t.test(f_grade, mu=60, alternative="two.sided", conf.level=0.95)`，得到表一；

(iii) 及格標準若為 60 分，母體及格比例是否大於 0.5，使用指令

`prop.test(9,16,0.5,alternative="greater", correct=F)`，得到表二。

以下敘述哪些或哪一項正確？

(A) 使用 `summary(f_grade)` 指令，得到的第一四分位數是 45.5。

(B) 表一(甲)這格數字大於 72.5。

(C) 如果信心水準改為 90%，則表一雙尾信賴區間的寬度會變窄。

(D) 表二(乙)這格數字等於 0.25。

(E) 表二(丙)這格數字小於 0.8。

表一：用於回答第 5 題

```
One Sample t-test
data: f_grade
t = 0.46886, df = (??), p-value = 0.6459
alternative hypothesis: true mean is not equal to 60
95 percent confidence interval:
 52.02145 (甲)
sample estimates:
mean of x
 62.25
```

表二：用於回答第 5 題

```
1-sample proportions test without continuity correction
data: 9 out of 16, null probability 0.5
X-squared = (乙), df = (??), p-value = 0.3085
alternative hypothesis: true p is greater than 0.5
95 percent confidence interval:
 0.3645782 (丙)
sample estimates:
 p
(??)
```

國立中山大學 112 學年度碩士班暨碩士在職專班招生考試試題

科目名稱：統計學【財管系碩士班甲組、乙組、丙組】

題號：443001

※本科目依簡章規定「不可以」使用計算機(選擇題)

共 6 頁第 3 頁

6. 考慮下列迴歸模型： $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \varepsilon_i$ ，其中 i 表示第 i 組樣本，誤差項 ε_i 為 *i.i.d.* 且 $\varepsilon_i \sim ND(0, \sigma^2)$ ， $i = 1, 2, \dots, n$ 。研究者取得的 Y 、 x_1 、 x_2 、 x_3 資料數據皆為正數，而且自變數之間沒有線性重合。如果樣本數 $n = 200$ ，以下敘述哪些或哪一項正確？
- (A) 考慮假設檢定：虛無假設是 $\beta_0 = 0$ ，對立假設是 $\beta_0 \neq 0$ ，如果得到不拒絕虛無假設的結論，最好是重跑另一個無截距模型（自變數仍為 x_1 、 x_2 、 x_3 ，應變數仍為 Y ），用無截距模型對 β_1 、 β_2 、 β_3 進行推論。
- (B) 考慮兩組假設檢定：(i) 虛無假設是 $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$ ，對立假設是 β_1 、 β_2 、 β_3 不全為 0；(ii) 虛無假設是 $\beta_1 = 0$ ，對立假設是 $\beta_1 \neq 0$ 。在顯著水準為 0.05 的前提下如果在第(ii)組得到拒絕虛無假設的結論，則第(i)組也會得到拒絕虛無假設的結論。
- (C) 考慮假設檢定：虛無假設是 $\beta_2 = 0$ ，對立假設是 $\beta_2 \neq 0$ 。在顯著水準為 0.05 的前提下如果得到不拒絕虛無假設的結論，我們將第二個自變數由 x_2 改為 $\ln(x_2)$ 並且同時考慮自變數 x_1 與 x_3 ，重跑迴歸後，同樣會得到不拒絕虛無假設的結論。
- (D) 考慮假設檢定：虛無假設是 $\beta_3 = 0$ ，對立假設是 $\beta_3 \neq 0$ 。在顯著水準為 0.05 的前提下如果得到不拒絕虛無假設的結論，當顯著水準改為 0.1，有可能得到拒絕虛無假設的結論。
- (E) 設定 $x_3 = (x_2)^2$ ，考慮兩組假設檢定：(i) 虛無假設是 $\beta_2 = 0$ ，對立假設是 $\beta_2 \neq 0$ ；(ii) 虛無假設是 $\beta_3 = 0$ ，對立假設是 $\beta_3 \neq 0$ 。在顯著水準為 0.05 的前提下如果在第(ii)組得到拒絕虛無假設的結論，第(i)組未必得到拒絕虛無假設的結論。

國立中山大學 112 學年度碩士班暨碩士在職專班招生考試試題

科目名稱：統計學【財管系碩士班甲組、乙組、丙組】

題號：443001

※本科目依簡章規定「不可以」使用計算機(選擇題)

共 6 頁第 4 頁

7. 研究者想要了解某產業的產出(Y)、勞動投入(L)、資本投入(K)三者間的關係，設計下列迴歸模型：

$$\ln Y_i = \beta_0 + \beta_1 \ln L_i + \beta_2 \ln K_i + \varepsilon_i$$

其中 i 表示第 i 個公司， ε_i 表示誤差項。研究者收集該產業 61 家公司於去年年底的財務資料，以適當的代理變數衡量 Y 、 L 、 K ，其中產出 Y 與資本投入 K 的衡量單位皆為千元，勞動投入 L 的衡量單位為人數。使用 R 語言進行迴歸分析，報表部份內容如表三所示（有些數字經四捨五入處理）。以下敘述哪些或哪一項正確？

- (A) 在 R 語言若要對於某個數據取自然對數，可運用函數 $\ln$ 。
- (B) 表三(丁)這格數字大於(戊)這格數字。
- (C) β_1 的係數估計值意義是：在其他條件不變的前提下，當勞動投入增加 1%，產出將增加 0.57%。
- (D) 如果 Y 、 L 的數據不變，但是將資本投入(K)的數據單位調整成以「元」為單位，新的分析結果 β_2 的估計值仍為 0.278。
- (E) 考慮假設檢定：虛無假設是 $\beta_1 + \beta_2 = 1$ ，對立假設是 $\beta_1 + \beta_2 \neq 1$ ，由表三可推得拒絕虛無假設的結論。

表三：用於回答第 7 題

Call: lm(formula = lny ~ lnL + lnK)				
Residuals:				
Min	1Q	Median	3Q	Max
-2.3969	-0.6511	0.1407	0.7615	1.6871
Coefficients:				
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	8.091	(??)	(??)	(??) ***
lnL	0.570	(??)	(??)	(??) **
lnK	0.278	(??)	(??)	(??) *

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1				
Residual standard error: (??) on (??) degrees of freedom				
Multiple R-squared: (丁), Adjusted R-squared: (戊)				
F-statistic: 59.78 on (??) and (??) DF, p-value: (??)				

國立中山大學 112 學年度碩士班暨碩士在職專班招生考試試題

科目名稱：統計學【財管系碩士班甲組、乙組、丙組】

題號：443001

※本科目依簡章規定「不可以」使用計算機(選擇題)

共 6 頁第 5 頁

8. 某金融機構一年前在網路銀行推出某項理財功能（稱為 N 功能），現在想要了解什麼特質的客戶會在網路銀行使用 N 功能。研究部門抽樣取得 1000 位客戶資料並進行羅吉斯迴歸分析，模型如下：

$$E(Y) = \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3}}$$

就第 i 位客戶而言， $Y = 1$ 表示曾使用 N 功能， $Y = 0$ 表示從未使用 N 功能。此外考慮三個自變數： x_1 為表示客戶性別的虛擬變數， $x_1 = 1$ 代表女客戶， $x_1 = 0$ 代表男客戶； x_2 為客戶過去一年內曾到實體銀行財富管理部門現場洽詢的次數； x_3 為客戶年收入（單位為百萬元）。使用 R 語言進行羅吉斯迴歸分析，報表部份內容如表四所示（有些數字經四捨五入處理）。以下敘述哪些或哪一項正確？

- (A) 表四(己)這格數字為介於 -1.96 與 +1.96 之間。
 (B) 表四(庚)這格數字為 999。
 (C) 表四(辛)這格數字為 997。
 (D) 如果調整 x_3 的數據單位，年收入改用「千萬元」為單位，而且 Y 、 x_1 、 x_2 的數據不變，則新的分析結果 β_3 的估計值為 0.0575。
 (E) 「是否曾使用網路銀行的 N 功能」這件事與性別無關。

表四：用於回答第 8 題

Coefficients:				
	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
(Intercept)	-1.621	(??)	(??)	(??) **
x1	-0.131	(??)	(??)	(??)
x2	-0.130	(??)	(己)	(??) *
x3	0.575	(??)	(??)	(??) *

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1				
(Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)				
Null deviance: 1239.8 on (庚) degrees of freedom				
Residual deviance: 1227.7 on (辛) degrees of freedom				
AIC: 1235.7				
Number of Fisher Scoring iterations: 4				

國立中山大學 112 學年度碩士班暨碩士在職專班招生考試試題

科目名稱：統計學【財管系碩士班甲組、乙組、丙組】

題號：443001

※本科目依簡章規定「不可以」使用計算機(選擇題)

共 6 頁第 6 頁

9. 令 $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ 為一組連續型隨機樣本，樣本數 n 固定且有限，其中每一個隨機變數皆服從常態分配，期望值皆為 μ ，變異數皆為 σ^2 ，而且 μ 與 σ^2 皆未知。令 $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ ， $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$ ，以下敘述哪些或哪一項正確？
- (A) $\bar{X}$ 與 $(X_1 - \bar{X})$ 之間彼此獨立。
- (B) $\bar{X}$ 與 S^2 之間彼此獨立。
- (C) S^2 的變異數為 $\frac{2\sigma^4}{n-1}$ 。
- (D) S^2 為 σ^2 的充分統計量。
- (E) S^4 為 σ^4 的不偏估計元。

【參考公式】

- 若 X 服從自由度為 r 的卡方分配，機率密度函數如下：

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(\frac{r}{2}) \cdot 2^{(r/2)}} x^{(r/2)-1} \cdot e^{-\frac{x}{2}} & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- 若 X 服從自由度為 r 的 t 分配，機率密度函數如下：

$$f(x) = \frac{\Gamma(\frac{r+1}{2})}{\Gamma(\frac{r}{2})} \frac{1}{\sqrt{\pi r}} \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{x^2}{r}\right)\right)^{\frac{r+1}{2}}}, \quad -\infty < x < \infty$$

- 若 X 服從自由度為 (m, n) 的 F 分配，機率密度函數如下：

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\Gamma(\frac{m+n}{2})}{\Gamma(\frac{m}{2})\Gamma(\frac{n}{2})} \cdot \left(\frac{m}{n}\right)^{\frac{m}{2}} \cdot \frac{x^{(m/2)-1}}{\left(1 + \left(\frac{m}{n}x\right)\right)^{\frac{m+n}{2}}} & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

【試題至此全部結束，以下無其他試題】