

元智大學 107 學年度 轉學考 招生試題卷

系(所)別：資訊管理學系學士班

組別：資訊管理學系 3 年級

科目：微積分

用紙第 1 頁共 1 頁

●不可使用電子計算機

※若無計算過程，則一律不與計分※

1. 假設 $f(x) = \frac{1}{x^a}$ ，且 $a = 2$ ，求 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ 之值。(5%)
2. 請判定函數 $f(x) = \left| \frac{1}{x^2 - 9} \right|$ 在點 $x = 3$ 時是否為連續？(5%)
3. 假設 $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ ，求 $y = f(x)$ 不可微之處。(10%)
4. 假設 $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ ，求在 $[-1, 1]$ 之間是否滿足均值定理(mean-value theorem) (10%)
5. 求下列極限值 (20%)
 - (a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$ (5%)
 - (b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln(x+1) - \ln x)$ (5%)
 - (c) $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{2}{x}}$ (10%)
6. 若 $y = \ln(e^x + e^{-x})$ ，求其導函數。(10%)
7. 求下列各式之積分 (20%)
 - (a) $\int \left(e^{2x} + e^{-x} - \frac{2}{x} - 3x^2\right) dx$ 。(5%)
 - (b) $\int_0^{\infty} x e^{-3x} dx$ 。(5%)
 - (c) $\int_{-\infty}^{\infty} x^3 e^{-x^4} dx$ 。(5%)
 - (d) $\int_0^4 \int_1^{y^2} (x+y) dx dy$ 。(5%)
8. 假設 $f(x, y) = 5x^2 + 6y^2 + xy$ ，且 $x + 2y = 24$ ，請求出 f 的極小值。(10%)
9. 請判定以下各函數是否收斂 (10%)
 - (a) $\sum_{x=1}^{\infty} \frac{(-1)^x x}{(x+1)!}$ (5%)
 - (b) $\sum_{x=1}^{\infty} \frac{\ln x}{x e^x}$ (5%)