

元智大學 107 學年度 轉學考 招生試題卷

系(所)別：資訊管理學系學士班

組別：資訊管理學系 2 年級

科目：微積分

用紙第 / 頁共 / 頁

● 不可使用電子計算機

※若無計算過程，則一律不與計分※

1. 假設 $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{2}}{x-1}$ ，求 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 之值。(5%)
2. 假設 $f(x) = \frac{x^3-1}{x-1}$ ，該如何定義 $f(1)$ ，使得 $f(x)$ 在 $x=1$ 處為連續？(5%)
3. 假設 $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + x + a, & x \geq 1 \\ bx + 4, & x < 1 \end{cases}$ ，其在 $x=1$ 可微分，試求 a 、 b 之值。(10%)
4. 假設 $f(x) = \frac{(\ln x + 1)(x^{e^x} + 3x - 2)^2}{\sqrt{x} + \frac{e^x}{x^2} + 2}$ ，求其導函數 $f'(x)$ (15%)
5. 求下列各式之積分 (20%)
 - (a) $\int (e^{2x} - \frac{2}{\sqrt{x}} - 3x^2) dx$ 。(5%)
 - (b) $\int_0^{\infty} x e^{-3x} dx$ 。(5%)
 - (c) $\int_{-\infty}^{\infty} x^3 e^{-x^4} dx$ 。(5%)
 - (d) $\int_0^3 \int_1^y (2x + 4y) dx dy$ 。(5%)
6. 求下列極限值 (20%)
 - (a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$ (5%)
 - (b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln(x+1) - \ln x)$ (5%)
 - (c) $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{2}{x}}$ (10%)
7. 請判定以下各式是否收斂 (10%)
 - (a) $\sum_{x=1}^{\infty} \frac{(-1)^x x}{(x+1)!}$ (5%)
 - (b) $\sum_{x=1}^{\infty} \frac{\ln x}{x e^x}$ (5%)
8. 假設 $f(x, y) = 10x^2 + 12y^2 + 2xy$ ，且 $x + 2y = 36$ ，請求出 f 的極小值。(15%)