

國立臺灣師範大學 107 學年度碩士班招生考試試題

科目：微積分

適用系所：管理研究所

注意：1.本試題共 1 頁，請依序在答案卷上作答，並標明題號，不必抄題。2.答案必須寫在指定作答區內，否則依規定扣分。

一、設 $(x + y)^{10} = x + y$ ，求 $\frac{dy}{dx}$ 。(10 分)

二、利用微分求 $(9.99)^5$ 之線性近似值。(10 分)

三、求曲線 $y = 2x^2 - 8$ 與 X 軸在 $x = 1$ 至 $x = 3$ 所圍的面積。(10 分)

四、求 $\int x^2 \ln x dx$ 。(10 分)

五、求 $f(x, y) = x + 2y$ 滿足 $x^2 + y^2 = 1$ 的相對極值。(15 分)

六、求函數 $f(x, y) = 2x^2y$ 定義於被曲線 $y = \sqrt{x}$ 與 $y = x^2$ 所包圍的區域上的體積。
(10 分)

七、求下列之極限值

(一) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\ln(n+4) - \frac{1}{2} \ln(n) \right)$ 。(10 分)

(二) $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{2}{x}}$ 。(10 分)

八、求 $f(x) = \frac{1}{1-x}$ 在 $x=0$ 展開的泰勒級數，並求 x 的範圍使得級數收斂。(15 分)