

國立臺灣師範大學 107 學年度碩士班招生考試試題

科目：數學教育概論

適用系所：數學系

注意：1.本試題共 5 頁，請依序在答案卷上作答，並標明題號，不必抄題。2.答案必須寫在指定作答區內，否則依規定扣分。

1. 吳老師教導國中三年級的學生關於弦切角度數的性質：「弦切角的度數等於其所夾弧度數的一半」。以下是她設計的學習單，共分成兩個活動。請閱讀這些學習單後，回答後續 2 個問題。

活動一：包含 2 張學習單與 1 張操作單

弦切角知多少？

弦與切線在圓周上所形成的交角稱為弦切角

然而，我們要怎麼知道一個弦切角的角度有多大呢？底下讓我們一起動手摺摺看，摺出屬於我們自己的弦切角吧！

- 1) 《操作單 1》上有圓 O 和圓 O 的切線 L ，請以切點 P 為頂點，在右半邊的圓上，摺出一個任意大小的弦切角。
請嘗試判斷出你所摺的弦切角是幾度。

填答區 (一)

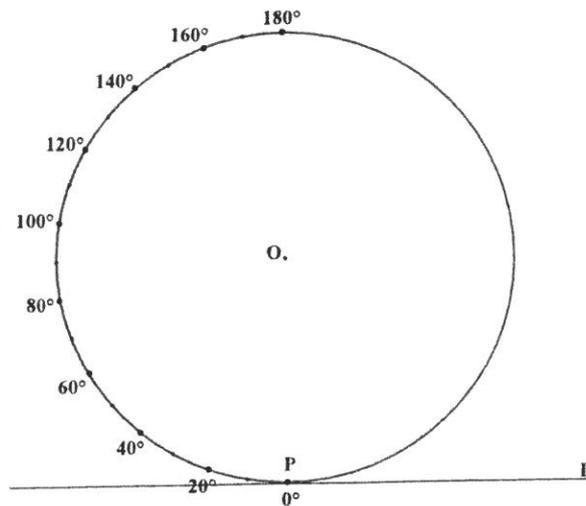
我所摺的這個弦切角的角度是_____度。
因為：

- 2) 將你剛剛判斷弦切角大小時所用到的摺紙步驟依序在下方填答區(二)中記錄下來。請盡量敘述清楚明確讓老師看得懂。例如：把摺紙過程中所得到的交點以 P 、 Q 、 R 等符號表示；如果要提到某個角，就用類似 $\angle ABC$ 的符號表示；要表示線段，就用 \overline{PQ} 、 \overline{AB} 表示；「因為」的符號是「 \therefore 」；「所以」的符號是「 \therefore 」。

填答區 (二)

《操作單 1》

本操作單上有圓 O 和圓 O 的切線 L ，請以切點 P 為頂點，在右半邊的圓上，摺出一個任意大小的弦切角。



國立臺灣師範大學 107 學年度碩士班招生考試試題

活動二：包含 2 張學習單與 1 張操作單

3)請在《操作單 2》的右半邊圓上，再任意摺一個弦切角，之後假設這個弦和切線的夾弧為 x 度。利用你剛剛的方法再摺一次，然後算出這個弦切角的度數(以 x 表示)。【請將計算過程盡可能地詳細寫在下方填答區(三)】

填答區(三)

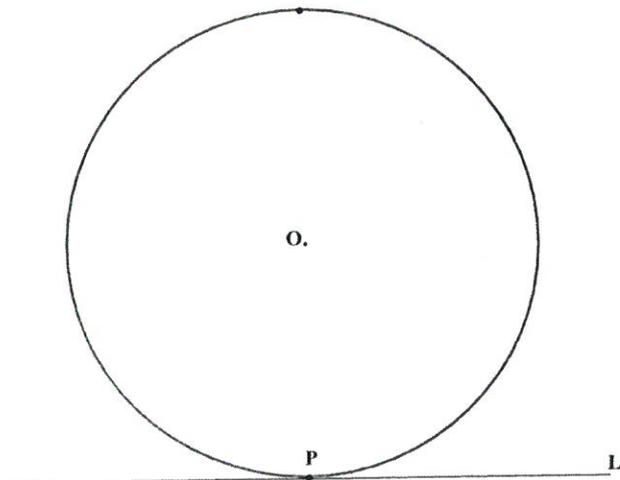
請將你摺紙完成之後的圖形與摺線畫在這裡，做為輔助，幫助你說明！

4)將你在填答區(三)中的答案，用**證明**的形式寫出來。【請多使用符號來說明】

填答區(四)

請將你摺紙完成之後的圖形與摺線畫在這裡，做為輔助，幫助你說明！

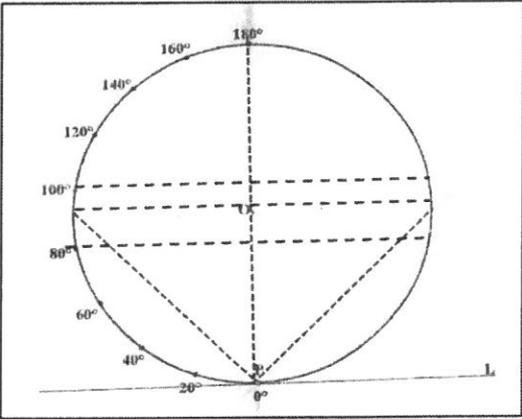
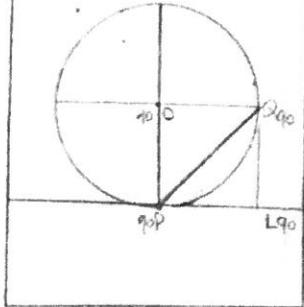
《操作單 2》



- (1) 請說明活動一、活動二的教學目標分別為何。[8 分]
- (2) 請從至少 2 個數學教育理論中會探討的觀點(幾何思考層次、概念理解、學習理論、數學表徵、推理證明、學習動機、...)來評論此學習單的設計(評論深度為評分重點)。[24 分]

國立臺灣師範大學 107 學年度碩士班招生考試試題

2. 承 1，惇惇是吳老師班上的學生，以下是她在學習單的填答。請閱讀她的作答後，回答後續 2 個問題。

活動一	
<p>填答區(一)</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> <p>我所摺的這個弦切角的角度是 <u>89</u> 度。</p> <p>因為：對照下來比 90° 還要小一點。</p> </div>	<p>〈操作單 1〉</p> 
<p>填答區(二)</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> <p>(1) 折出一條過點 P 的線，且圓周交於 O 點</p> <p>(2) 由點 O 為中心畫一條由圓內穿過圓上到圓外，形成一條弦切角</p> </div>	
活動二	
<p>填答區(三)</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> <p>(三)</p> <p>請將右邊紙完成之後的圖形與圖畫畫在這裡，並再輔助，幫助你說明！</p>  <p>$\triangle POQ$ 成一個直角三角形</p> <p>以 O 為中心</p> <p>L 平行 P 在 L 上</p> <p>P: 180°</p> <p>Q: 90°</p> <p>L //</p> <p>P: 180°</p> <p>Q: 90°</p> <p>$\triangle POQ = \triangle PLQ$</p> <p>$\therefore \angle OPQ = 45^\circ$</p> <p>□ POQL</p> </div>	<p>填答區(四)</p> <p>(該生在此填答區空白)</p>

- 請分析惇惇在這兩個活動中的學習情況。[16 分]
- 請針對惇惇的其中 2 個學習困難，說明如果你是她的老師，你會如何幫助她（請明確說明你會對她說的話、提出的問題，或讓她進行怎樣的學習任務）？[10 分]

國立臺灣師範大學 107 學年度碩士班招生考試試題

3. 美國「全國州長協會」與「各州教育官員委員會」於 2010 年六月共同頒布了「跨州共同核心課程標準」(Common core state standards, CCSS)，規範美國 K-12 年級的課程標準，其中「數學標準」(mathematics standards)中，有一類綱要稱為「數學實踐綱要」(mathematics practical standards)，涉及培養學生的各種數學能力。以下框框內是其中的兩項綱要，請閱讀後，回答後續 3 個問題。

Model with mathematics.

Mathematically proficient students can apply the mathematics they know to solve problems arising in everyday life, society, and the workplace. In early grades, this might be as simple as writing an addition equation to describe a situation. In middle grades, a student might apply proportional reasoning to plan a school event or analyze a problem in the community. By high school, a student might use geometry to solve a design problem or use a function to describe how one quantity of interest depends on another. Mathematically proficient students who can apply what they know are comfortable making assumptions and approximations to simplify a complicated situation, realizing that these may need revision later. They are able to identify important quantities in a practical situation and map their relationships using such tools as diagrams, two-way tables, graphs, flowcharts and formulas. They can analyze those relationships mathematically to draw conclusions. They routinely interpret their mathematical results in the context of the situation and reflect on whether the results make sense, possibly improving the model if it has not served its purpose.

Use appropriate tools strategically.

Mathematically proficient students consider the available tools when solving a mathematical problem. These tools might include pencil and paper, concrete models, a ruler, a protractor, a calculator, a spreadsheet, a computer algebra system, a statistical package, or dynamic geometry software. Proficient students are sufficiently familiar with tools appropriate for their grade or course to make sound decisions about when each of these tools might be helpful, recognizing both the insight to be gained and their limitations. For example, mathematically proficient high school students analyze graphs of functions and solutions generated using a graphing calculator. They detect possible errors by strategically using estimation and other mathematical knowledge.

國立臺灣師範大學 107 學年度碩士班招生考試試題

When making mathematical models, they know that technology can enable them to visualize the results of varying assumptions, explore consequences, and compare predictions with data. Mathematically proficient students at various grade levels are able to identify relevant external mathematical resources, such as digital content located on a website, and use them to pose or solve problems. They are able to use technological tools to explore and deepen their understanding of concepts.

- (1) 請以 300 字內摘譯前述兩項綱要。[10 分]
- (2) 請說明你對數學課程中重視“Model with mathematics”、“Use appropriate tools strategically”這兩項綱要的看法（至少寫出 3 點，答題深度為評分重點）。[12 分]
- (3) 這兩項綱要涉及多項數學能力，請選擇國中或高中的一個函數主題，設計一份約 30 分鐘的教案，來培養綱要中所涉及的某些數學能力；請詳細說明該教學中的教師活動、學生活動，以及這些活動想要培養的數學能力。[20 分]