

考試科目	微積分	系所別	科技管理與智慧財產 研究所 (科管甲)	考試時間	2 月 2 日(五) 第一節
------	-----	-----	------------------------	------	----------------

請詳述解題過程, 無過程者不予計分。

(1) (8% for each sub-problem) Either find the limit or explain why it does not exist.

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin^2\left(\frac{1}{x}\right).$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \cdot \exp\left(\sin\left(\frac{\pi}{x}\right)\right)$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x + \cos x)^{2 \cot x}.$

(2) (8% for each sub-problem) Find $\frac{dy}{dx}$ evaluated at the specified point.

(a) $y = \frac{x^3(x^4 + 2)^7}{\sqrt{1 + x^4}}$ at $x = 1.$

(b) $y = \int_0^{\cos x} \exp(-t^2) dt$ at $x = 0.$

(3) (8% for each sub-problem) Evaluate the integral.

(a) $\int_1^e (\ln x)^2 dx$

(b) $\int_1^2 \frac{2x^2 - 3x + 4}{x^3 + 4x} dx$

(c) $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{2x}{\sqrt{3 - 2x - x^2}} dx$

備

註

一、作答於試題上者, 不予計分。

二、試題請隨卷繳交。

考試科目	微積分	系所別	科技管理與智慧財產 研究所 (科管甲)	考試時間	2 月 2 日(五) 第一節
(4) (8% for each sub-problem) Determine whether each series is convergent or divergent. (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$ (b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{\pi}{n}\right)$ (5) Let $f(x) = \left 1 - (x-1)^{\frac{2}{3}} \right$. (a) (6%) Find all relative maxima and relative minima of $f(x)$. (b) (4%) Is $f(x)$ differentiable on the interval $(0.5, 1.5)$? Justify your answer. (6) (10%) Define the region $\Omega = \{(x, y) \mid y \geq x^2, y \leq x^{1/4} \text{ and } x \geq 0\}$. Evaluate the integral $\iint_{\Omega} (x^{1/2} - y^2) dx dy$.					
備註	一、作答於試題上者，不予計分。 二、試題請隨卷繳交。				