

招生學年度	106	招生類別	碩士班
系所班別	應用數學系 統計碩士班		
科目名稱	統計學		
注意事項			

參考值：

$Z_{0.05} = 1.645$; $Z_{0.025} = 1.96$; $Z_{0.01} = 2.33$, 其中 $P(Z > Z_{\alpha}) = \alpha$

$\chi^2_{0.05(3)} = 7.815$; $\chi^2_{0.05(4)} = 9.488$; $\chi^2_{0.05(5)} = 11.07$;

$\chi^2_{0.025(3)} = 9.348$; $\chi^2_{0.025(4)} = 11.14$; $\chi^2_{0.025(5)} = 12.83$, 其中 $P(\chi^2_{(n)} > \chi^2_{\alpha(n)}) = \alpha$.

(10 分) 1. 令 $X, Y \stackrel{iid}{\sim} G(p)$, 即 $P(X = x) = p(1-p)^x, x = 0, 1, 2, \dots$,

$P(Y = y) = p(1-p)^y, y = 0, 1, 2, \dots$, 試求：

(1) $X + Y$ 之分布 ; (2) $P(Y = y | X + Y = z), y = 0, 1, 2, \dots, z$.

(20 分) 2. 若二隨機變數 X 與 Y 之結合機率密度函數為

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{3}, & \text{若 } 0 < 3y < x < 3 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

試求：(1) $Var(X)$ (2) $Var(Y)$ (3) $E(XY)$ (4) $Cov(X, Y)$.

(20 分) 3. 設 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 為取自具有機率密度函數為

$$f(x|\theta) = \frac{1}{\theta} x^{\frac{1-\theta}{\theta}}, 0 < x < 1, \theta \in \Omega = \{\theta | 0 < \theta < \infty\}$$

的一組獨立隨機樣本。(a)證明 θ 的最大概似估計量(maximum

likelihood estimator, MLE) 為 $\hat{\theta} = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(X_i)$; (b)證明 $\hat{\theta}$ 是 θ 的不

偏估計量。

招生學年度	106	招生類別	碩士班
系所班別	應用數學系 統計碩士班		
科目名稱	統計學		
注意事項			

(15 分)4. 設某個島內 B 型肝炎的帶原比例為 15%，經過 10 年 B 肝防治工作

後，現在島內隨機抽取 1000 人進行檢測，發現 1000 人中有 120 人為 B 型肝炎的帶原者，在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 之下，請檢定 B 型肝炎的帶原比例是否已經顯著降低？

參考數值：

$$0.15(0.85) = 0.1275 ; 0.12(0.88) = 0.1056 ;$$

$$\sqrt{0.15(0.85)} \approx 0.3571 ; \sqrt{0.12(0.88)} \approx 0.3250 ;$$

$$\sqrt{\frac{0.15(0.85)}{1000}} \approx 0.0113 ; \sqrt{\frac{0.12(0.88)}{1000}} \approx 0.0103$$

(15 分)5. 某研究者想要探討 A、B 兩種不同感冒藥的療效是否有所不同，便

對兩組病情類似的感冒患者施以不同的感冒藥，對 A 組 $n_1 = 100$ 位病患施以 A 感冒藥，其中有 84 位病患痊癒，對 B 組 $n_2 = 100$ 位病患施以 B 感冒藥，其中有 78 位病患痊癒，設 p_1 、 p_2 分別表示服用 A 感冒藥和 B 感冒藥的病患痊癒的比例。若顯著水準為 $\alpha = 0.05$ ，檢定 A 感冒藥的療效是否顯著優於 B 感冒藥。

參考數值：

$$0.84(0.16) = 0.1344 ; 0.81(0.19) = 0.1539 ; 0.78(0.22) = 0.1716 ;$$

$$\sqrt{0.84(0.16) + 0.78(0.22)} = 0.5532 ; \sqrt{0.81(1 - 0.81)} = 0.3923$$

$$\sqrt{\frac{0.84(0.16)}{100} + \frac{0.78(0.22)}{100}} = 0.0553 ; \sqrt{0.81(1 - 0.81) \left(\frac{1}{100} + \frac{1}{100} \right)} = 0.0555$$

招生學年度	106	招生類別	碩士班
系所班別	應用數學系 統計碩士班		
科目名稱	統計學		
注意事項			

(20 分)6.一位研究者想了解理工學院同學各種血型的分布比例，於是隨機抽

取 100 位理工學院同學調查，所得資料如下表，在顯著水準 $\alpha = 0.05$

之下，請檢定理工學院同學 A、B、AB、O 各種血型的比例為 0.25、

0.25、0.1、0.4 之假設是否正確。

血型	A	B	AB	O
人數	28	22	7	43