

國立臺灣師範大學 106 學年度碩士班招生考試試題

科目：工程數學

適用系所：工業教育學系

注意：1.本試題共 2 頁，請依序在答案卷上作答，並標明題號，不必抄題。2.答案必須寫在指定作答區內，否則依規定扣分。

1. Solve the general solution of $(y^2 + 5)dx + (2xy + 6)dy = 0$ (10 分)

2. Solve the general solutions of: (共 15 分)

(a) $y'' - 8y' + 15y = 0$ (7 分)

(b) $(D-1)^2(D+2)^2(D^2 + 4D + 5)y = 0$, where $D \equiv \frac{d}{dx}$ (8 分)

3. Calculate the Laplace transform: (共 15 分) (Hint: $L[f(t)] = \int_0^\infty e^{-st} f(t)dt$)

(a) $f(t) = 5 + 3e^{2t} - 3t$, $L[f(t)]?$ (7 分)

(b) $f(t) = \begin{cases} 0 & t < 3 \\ \cos(t-3) & t \geq 3 \end{cases}$, $L\left[\int_0^t \int_0^t f(t) dt dt\right]$ (8 分)

4. Calculate the inverse Laplace transform: (共 15 分)

(a) $L^{-1}\left\{\frac{2s}{s^2 + s - 6}\right\}$ (5 分)

(b) $L^{-1}\left\{\frac{s}{(s-3)(s^2 + 2s + 3)}\right\}$ (10 分)

5. Solve the Euler-Cauchy Equation: $x^2 y'' - 3xy' + 3y = x^4$ ($x > 0$) (10 分) (Hint: set

$x = e^t$ and $D_t = \frac{d}{dt}$)

國立臺灣師範大學 106 學年度碩士班招生考試試題

6. Please solve the linear ODE: $y' + a(x)y = b(x)$ (共 15 分)

(a) Prove the integral factor: $I(x) = e^{\int a(x)dx}$ (5 分)

(b) Prove the general solution: $I(x)y = \int I(x)b(x)dx + C$ (10 分)

7. If $u = [3, 1, -2]$, $v = [-2, 3, 1]$, $w = [1, 3, 2]$, please calculated: (共 10 分)

(a) $u \cdot (v \times w)$ (5 分)

(b) $u \times (v \times w)$ (5 分)

8. For the complex numbers: $z_1 = 2 + 2i$, and $z_2 = 2\sqrt{3} + 2i$: (共 10 分)

(a) Please derive the polar form of z_1 and z_2 (5 分)

(b) Calculate $z_1 z_2$ (5 分)