

|      |              |    |           |      |            |
|------|--------------|----|-----------|------|------------|
| 考試科目 | 微積分<br>41913 | 所別 | 科智所 科技管理組 | 考試時間 | 二月八日(六)第3節 |
|------|--------------|----|-----------|------|------------|

## 微積分(科智所科技管理組 104)

注意事項：1、請將算式以及推導過程臚列清楚。

2、每題 10 分，注意時間的分配。

一、試求以下極限值：

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} [x^2 \sqrt{4x^4 + 5} - 2x^4]$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}{(5x-1)^5} \right)$$

二、試求不定積分  $\int \frac{x^4 + 1}{x(x^2 + 1)^2} dx = ?$

三、已知  $x^3 + y^3 + ax^2y + bxy^2 = 0$ ，試求  $\frac{dy}{dx} = ?$

四、如果  $\frac{dy}{dx} = D^1 y$  代表  $x$  對  $y$  的 1 階微分， $D^n y$  代表  $n$  階微分；

$$\text{求 } D^n \left( \frac{x-5}{(x^2-x-2)} \right) = ?$$

五、試求  $y$  的極大/極小值及反曲點， $y = x^3 - x^2 - x + 2$ 。

六、試求  $\int_0^{\pi/2} \int_0^{\sin y} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx dy$  之值？

七、試求  $\int \int_R (x+y)^4 dy dx$  區域的面積？ $R$ ：四個頂點為  $(1,0), (1,3), (2,2), (0,1)$ 。

八、求橢圓球  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  的體積（需要列出多重積分計算式）。

九、求解微分方程式  $\frac{dy}{dx} + \frac{1+y^3}{xy^2(1+x^2)} = 0$ 。

十、何謂「微積分基本定理」？這定理的重要性何在？  
你在前面 9 題中有用到這個定理嗎？

備

註

- 一、作答於試題上者，不予計分。  
二、試題請隨卷繳交。