

國立高雄大學 101 學年度研究所碩士班招生考試試題

科目：微積分

考試時間：100 分鐘

系所：

統計學研究所(風險管理組)

本科原始成績：100 分

是否使用計算機：否

1. Evaluate the following limits:

(a) (10%) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \log \left(\frac{x+1}{x-1} \right)$

(b) (10%) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$

(c) (10%) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x$

(d) (15%) $\lim_{x \rightarrow \infty} \binom{x}{r} \left(\frac{\lambda}{x} \right)^r \left(1 - \frac{\lambda}{x} \right)^{x-r}$, where $\binom{a}{b} = \frac{a!}{b!(a-b)!}$.

2. Evaluate the following integrals:

(a) (10%) $\int \tan^5 x \sec^7 x \, dx$

(b) (10%) $\int_0^1 \tan^{-1} x \, dx$

(c) (10%) $\int_0^2 \int_{x^2}^{2x} (x^2 + y^2) \, dy \, dx$

3. (10%) Find the Taylor series of the function $f(x) = \log(1-x)$ centered at 0 and its radius of convergence.

4. (15%) Find the minimum of $f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_2^2 - x_1$.