

注意：(1) Part I 有 10 題填空題，請自行製作答題區。規定如下：請於作答區第一頁「選擇題作答區」的下方製作第 1 - 10 格答題區。每格答對得 5 分，答錯或未作答 0 分。

第 1 格	第 2 格	第 3 格	第 4 格	第 5 格
第 6 格	第 7 格	第 8 格	第 9 格	第 10 格

- (2) 答題不要求任何計算過程，只依答案格內的答案對錯給分。  
(3) 如果沒有特別指示，請將答案約分至最簡分數表示。

Part I：填空題（每格 5 分，共 50 分）

A. Suppose that random variable  $Y$  has a probability density function given by

$$f(y) = \begin{cases} k(1-y)y^2, & 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{elsewhere,} \end{cases}$$

then  $k = \underline{(1)}$ . The expected value of the random variable  $Y$  is  $\underline{(2)}$ ; the variance of  $Y$  is  $\underline{(3)}$ . The expected value of  $Y^{-1}$  is  $\underline{(4)}$ .

B. Suppose random variable  $Y$  has a **binomial** distribution with  $n$  trials and probability of success  $p$ , where  $0 < p < 1$ . The variance of random variable  $Y$  is  $\underline{(5)}$ . Its moment generating function (MGF) [Hint:  $m(t) = E(e^{tY})$ ] is  $\underline{(6)}$ ; its probability generating function (PGF) [Hint:  $P(t) = E(t^Y)$ ] is  $\underline{(7)}$ . (答案請用符號回答)

(請翻次頁，繼續作答)

國立中正大學 103 學年度碩士班招生考試試題  
系所別：經濟學系國際經濟學-甲組、乙組 科目：統計學

第 3 節

第 2 頁，共 4 頁

- C. 牛經理發現其所任職的公司的人員，平常都用四種中文輸入法（注音、倉頡、大易、速成）之一來進行文書處理，牛經理想知道這四種輸入法的輸入速度是否相同。經隨機抽選部份人員調查其每分鐘打字的字數後，牛經理得到下列變異數分析表。

變異來源	自由度	平方和	平均平方和	F 值
輸入法	(A)	(C)	104	
隨機變異	(B)	(D)	(E)	(F)
總變異	43	1912		

根據此一變異數分析表的結果，請計算：

$$(F) \times 5 - (A) = \underline{(8)};$$

$$(B) + (E) = \underline{(9)};$$

$$(D) - 5 \times (C) = \underline{(10)}.$$

(請翻次頁，繼續作答)

注意：(1) Part II 有二大題計算問答說明題，請從答案卷第二頁之後作答。

(2) 請標示清楚，並將所有過程、步驟交代清楚；沒有說明過程者，甚者只給簡單回答如 Yes、No 等，不給分。每大題之下的小題分數，如括號內所示。

### Part II：計算問答說明題（50 分）

1. (30%) Consider the following linear model:

$$Y_i = \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i,$$

where  $\varepsilon_i \stackrel{i.i.d.}{\sim} N(0, \sigma^2)$  and  $i = 1, \dots, n$ .

- (a) Find the ordinary least squares (OLS) estimators,  $\hat{\beta}_1$  for  $\beta_1$  and  $\hat{\beta}_2$  for  $\beta_2$ . (10%)
- (b) Will the OLS regression line pass through the origin? Why or why not? (5%)
- (c) Write down the log-likelihood function for the sample  $\{(Y_i, X_{1i}, X_{2i})\}_{i=1}^n$ . (5%)
- (d) Are the maximum likelihood (ML) estimators for  $\beta_1$  and  $\beta_2$  the same as the OLS estimators for  $\beta_1$  and  $\beta_2$ ? Why or why not? (5%)
- (e) What is the ML estimator for  $\sigma^2$ ? (5%)

（請翻次頁，繼續作答）

2. (20 %) Consider the Cobb-Douglas production function,  $Q = AK^{\beta_K}L^{\beta_L}e^u$ . Suppose the following result is obtained based on the sample with 25 observations: (Values in the parentheses are the standard errors.)

$$\ln Q = 1.58 + 0.61 \ln K + 0.48 \ln L,$$

(0.5) (0.3)

$$R^2 = 0.85, \text{Cov}(\hat{\beta}_K, \hat{\beta}_L) = 0.01.$$

Suppose the level of significance is  $\alpha$ , answer the questions (a) and (b). (Use notation for the critical values; e.g.,  $Z_\alpha$ .)

- (a) How can we conduct the hypothesis test:  $H_0: \beta_K = 0$  and  $\beta_L = 0$ ? Use the above result to compute the test statistic. What's your decision rule? (10%)
- (b) How can we test the hypothesis that there is constant return to scale? Write down the null hypothesis and compute the test statistics. What's your decision rule? (10%)