國立交通大學 97 學年度碩士班考試入學試題

科目：微積分(5011)　　考試日期：97 年 3 月 9 日 第 2 節

系所班別：管理科學系　　組別：管科系　　第 1 頁，共 1 頁

【可使用計算機】＊作答前請先核對試題、答案卷(試卷)與准考證之所組別與考科是否相符！！

1. Determine the following integrals. (35分)

(a) $\int_{e}^{e^2} \frac{1}{x \ln x}\, dx$

(b) $\int_{-1}^{1} \sin x^3\, dx$

(c) $\int_{-2}^{-1} \frac{x}{\sqrt{1-x}}\, dx$

(d) $\int \frac{x}{x^2+6x+5}\, dx$

(e) $\int \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}\, dx$

2. Determine the following limit. (14分)

(a) $\lim_{x\to 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1}\right)$

(b) $\lim_{x\to 0^+} x^x$

3. Evaluate the following double integral. (11分)

$$\int_0^4 \int_{\frac{x}{2}}^{2} e^{y^2}\, dy\, dx$$

4. If $f(x) = \int_{x}^{x^2} e^{t^2}\, dt$, $f'(3) = ?$ (10分)

5. If $f'(x) = \frac{1}{x^2+4}$ and $f(0) = 10$, determine $f(x)$. (10分)

6. Sketch the graph of $r = \sin\theta$. (10分)

7. Determine whether $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n e^{-n}$ is convergent or divergent. (10分)