

國立臺北大學九十七學年度碩士班招生考試試題

系(所)別：統計學系
科 目：統計學

組 別：
第 1 頁 共 4 頁
☒可 ☐不可使用計算機

1. A polynomial regression was used to predict sales (Y) using advertising expenditure (X) and its square (X^2) as independent variables. The following information is available: (25%)

Predictor	Coefficients	Standard Error
Constant	328.42	29.42
X	10.970	1.832
X^2	-.12507	.02586

ANOVA Table				
Source	DF	SS		F
Regression	--	--		42.56
Residual	--	--		
Total	11	14,107.7		

- (1) Test to see if the model is useful for the prediction of sales at the .05 level of significance?
(Hint: give the null and alternative hypothesis, H_0 and H_a , rejection rule, and make conclusion)
 - (2) Calculate the value of the coefficient of determination and explain it?
 - (3) Test to see if the quadratic term is useful for the prediction of sales at the .05 level of significance?
(Hint: give the null and alternative hypothesis, H_0 and H_a , rejection rule, and make conclusion)
 - (4) If a 99% confidence interval for β_1 (coefficient of X in the model $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + e$) extends from A to B, what is the value of A?
 - (5) Calculate the residual standard deviation (estimate of σ)?
2. Five drivers were selected to test drive two makes of automobiles (A and B). The number of miles per gallon for each driver driving each car and part of the ANOVA table for this experiment are shown below. Consider the makes of automobiles as treatments and the drivers as blocks.

Automobile (Treatment)	Drivers (Block)				
	1	2	3	4	5
A	30	31	30	27	32
B	36	35	28	31	30

ANOVA table				
Source of variation	SS	df	MS	F
Treatments	--	--	--	--
Blocks	32	--	--	--
Error	28	--	--	
Total	70			

- (1) State an ANOVA model and fit (estimate) the ANOVA model. (10%)
- (2) Test to see if there is any difference in the miles/gallon of the two makes of automobiles at $\alpha = .05$. (10%)
- (3) Evaluate the efficiency of blocking by calculating the relative efficiency of the RB design (randomized block design) and explain it. (5%)

國立臺北大學九十七學年度碩士班招生考試試題

系(所)別：統計學系

科目：統計學

組別：

第2頁 共4頁

☒可 ☐不可使用計算機

3. 簡答題：(30%)

(a) 假設海龜每次下蛋數 X 服從波松分配 (Poisson) 平均數為 1，孵化後能存活一年的海龜數 Y ，且 Y 在 $X=x$ 下的條件分配 $Y|X=x$ 為二項分配 $B(x, p)$ 。請問 Y 的分配為何？

(b) 假設隨機變數 X 服從卡方自由度為 1，其累積分配函數 (CDF) 為 $F_X(x)$ ，則新的隨機變數 $Y = F_X(\sqrt{X})$ 的分配為何？

(c) 假設 $X_1, \dots, X_{n+1}$ 為標準常態分配的隨機樣本，則 $Y = \frac{X_{n+1}}{\sqrt{X_1^2 + \dots + X_n^2}}$ 的分配為何？

(d) 假設隨機變數 X 服從二項分配 $B(3, 1/3)$ ，其累積分配函數 (CDF) 為 $F_X(x)$ ，則新的隨機變數 $Y = F_X(X)$ 的分配為何？

(e) 使用常態 $N(\mu, \sigma^2)$ 隨機樣本 $X_1, \dots, X_n$ 建構的最短 $100(1-\alpha)\%$ 信賴區間的長度期望值為何？

4. 已知“若 $X \sim \text{Gamma}(n, \beta)$ 且 $Y \sim \text{Poisson}(x/\beta)$ ，其中 n 為整數，則 $P(X \leq x) = P(Y \geq n)$ ”。

若波松分配 $\text{Poisson}(\lambda)$ 的 5 個隨機樣本 $Y_1, \dots, Y_5$ 的觀察值的總和為 y_0 ，請利用上述等式，求出 λ 的 $100(1-\alpha)\%$ 信賴區間。(10%)

5. 假設 X 服從二項分配 $B(4, p)$ 。欲根據觀察值 $X=x$ ，檢定 $H_0: p = 1/4$ vs. $H_1: p = 3/4$ 。請寫出在 1% 的顯著水準下，具有最大檢力的檢定棄卻域為何？並求出在 $p = 3/4$ 時檢定力為何？(10%)

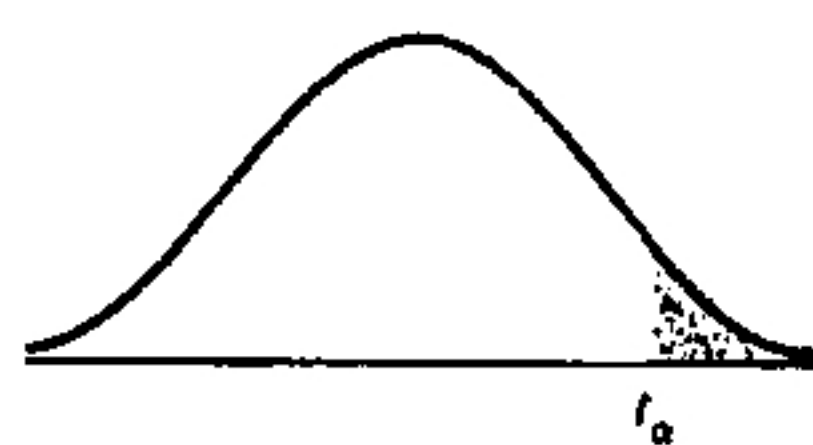
國立臺北大學九十七學年度碩士班招生考試試題

系（所）別：統計學系
科 目：統計學

組 別：
第 3 頁 共 4 頁
☒可 ☐不可使用計算機

統計表

t 分配表



d.f.	$t_{.100}$	$t_{.050}$	$t_{.025}$	$t_{.010}$	$t_{.005}$	d.f.
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	1
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	2
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	3
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	4
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	6
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	7
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	8
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	9
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	10
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	11
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	12
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	13
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	14
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	15

試題隨卷繳交

接背面

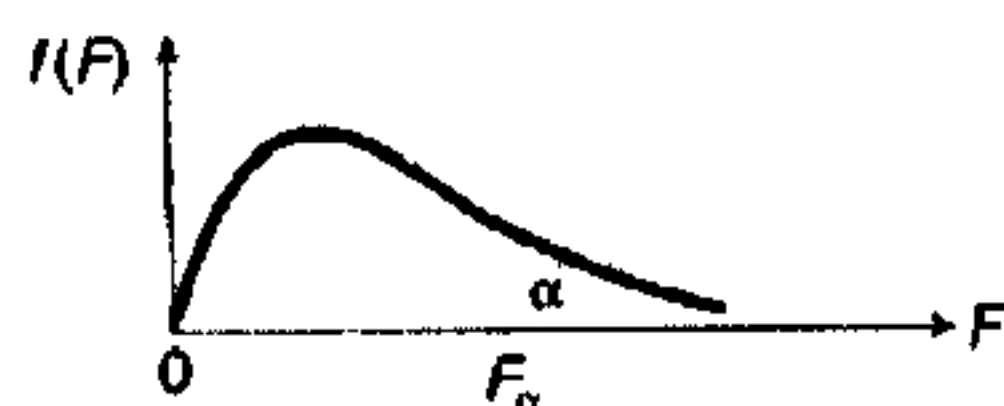
國立臺北大學九十七學年度碩士班招生考試試題

系(所)別：統計學系
科目：統計學

組別：
第4頁 共4頁
☒可 ☐不可使用計算機

F 分配表

Percentage points of the F distribution. $\alpha = .05$.



		Numerator Degrees of Freedom								
Denominator Degrees of Freedom	$v_2 \backslash v_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.9	238.9	240.5
	2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38
	3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81
	4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.28	6.16	6.09	6.04	6.00
	5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77
	6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10
	7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68
	8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39
	9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18
	10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02
	11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90
	12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80
	13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71
	14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.78	2.70	2.65
	15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59
	16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54
	17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49
	18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46
	19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42
	20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39
	21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37
	22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34
	23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32
	24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30
	25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28
	26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27
	27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25
	28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24
	29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22
	30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21
	40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12
	60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04
	120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96
	∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88