

銘傳大學 97 學年度研究所碩士班招生考試

應用統計資訊學系碩士班

微積分試題(第四節)

(第 / 頁共 / 頁)(限用答案本作答)

☐ 可使用計算機 ☒ 不可使用計算機

不能用計算機，作答時請註明題號，請務必寫下計算過程。

1. 每題七分。

a、 $\frac{d}{dx} (\sin x)^{x^2}$

b、請找出曲線 $x^3 - xy^2 + \cos(xy) = 2$ 在點 $(0, 1)$ 的切線斜率。

c、 $D_x^{20} (\sin 2x)$

d、 $D_x \int_1^{x^2} (e^{t-1}) dt$

e、 $\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} dx$

f、 $\int \ln(7x^5) dx$

g、 $\lim_{x \rightarrow (\pi/2)} (\tan x)^{\cos x}$

h、 $\int_0^2 \int_{2x}^4 e^{y^2} dy dx$

2. 令 $f(x) = e^{-\left(\frac{x^2}{2}\right)}$

a、請證明 $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \sqrt{2\pi}$ 。(七分)

b、求出 $\int_{-\infty}^{\infty} e^{ax} f(x) dx$ 。(求解過程，可參照 a 的結果)(七分)

c、求出 $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\left[\frac{(x^2-2\rho xy+y^2)}{2(1-\rho^2)}\right]} dx dy$ ， ρ 為一常數。(求解過程，可參照 a 的結果)(九分)

3. 令 $f(x) = \frac{2}{9} x e^{-\left(\frac{x}{3}\right)}$ ，求出 $\int_0^{\infty} f(x) dx$ 。(七分)

4. 求出不定積分 $\int \frac{2x^2 + x - 8}{x^3 + 4x} dx$ 。(七分)

5. 若將 $\sqrt{1+x}$ 表成 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ (即 Maclaurin Series)，試求出 a_n 的一般式。(七分)

試題完