

元智大學 九十七 學年度研究所 碩士班 招生試題卷

系(所)別：財務金融學系碩士班

組別：不分組

科目：微積分

用紙第一頁共一頁

●不可使用電子計算機

一. 已知 $z_1 = 1$, $z_{n+1} = \sqrt{2} z_n$ $\forall n=1, 2, \dots$
(20%)

(a). 試問數列 $\langle z_n \rangle$ 是否收斂 (Convergent)? (需說明理由)
(15%)

(b). 若 $\langle z_n \rangle$ 為收斂. 試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} z_n$
(5%)

二. 令 $x_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$, $n=1, 2, \dots$
(20%)

試說明數列 $\langle x_n \rangle$ 無法收斂.

(三). 令 $g(x) = \begin{cases} x^2 \sin(\frac{1}{x}) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$
(20%)

試求 $g(x)$ 的微分為何?

(四). 令 $L(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt$ $\forall x > 0$.
(20%)

試求 $L(x)$ 的微分為何?

(五). 若 $\alpha > 0$, 試證明 $\int_0^1 x^\alpha (\log_e(x))^2 dx = \frac{2}{(1+\alpha)^3}$
(20%)

~~~~~