

國立臺北大學 100 學年度碩士班一般入學考試試題

系(所)別：財政學系
科 目：微積分

第 1 頁 共 1 頁
☐可 ☒不可使用計算機

一、(20%)設函數 $y = f(x) = x + 1 - \frac{16}{2x+1}$ ，試求：

- (a) (8%) 導數 $f'(x)$ ， $f''(x)$
- (b) (4%) 此函數曲線的漸近線。
- (c) (8%) 繪出此函數之正確圖形。

二、(15%) 某廠商以每單位價格 8 元將該批商品全部出售。
設固定費用為 5,000 元，且每單位之成本為 22/9 元，試求：

- (a) (4%) 收入函數 R 與成本函數 C 。
- (b) (4%) 產量為 1,800 單位時之利潤。
- (c) (4%) 銷售量應為若干單位可使利潤為 10,000 元。
- (d) (3%) 扯平點(Break-Even Point)

三、(15%) 設 $f(x, y, z) = e^{3x+4y} \cos 5z$ ，試求：

- (a) $f_{xy}(x, y, z)$ ， $f_{yz}(x, y, z)$
- (b) $f_{xx}(x, y, z) + f_{yy}(x, y, z) + f_{zz}(x, y, z) = ?$

四、(20%) 計算下列各式：

- (a) $\int x \ln x^2 dx$
- (b) $\int x \sin x \cos^2 x dx$
- (c) $\int_2^7 x \sqrt{x+2} dx$
- (d) $\int_0^a x^5 \cdot e^{-2x} dx$

五、(15%)證明 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^n} x^n = 0$, $-e < x < e$

Hint: (定理)設一無窮級數的第 n 項為 a_n ，若此級數收斂

$$\text{則 } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$$

六、(15%)使用拉格朗日乘數法 (Lagrange Multipliers)，試求由點(1,2,1)至平面 $2x-y+z=7$ 之最短距離。

試題隨卷繳交