

所別：環境工程研究所碩士班 甲組(一般生) 科目：工程數學 共 1 頁 第 1 頁

乙組(一般生)

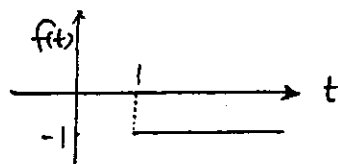
\*請在試卷答案卷(卡)內作答

\*本科考試禁用計算器

1) 試求解下列微分方程：

$$y''' - 2y'' - y' + 2y = e^x$$

(20分)

2) 若  $y'' + 3y' + 2y - 1 = f(t)$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ 其中  $f(t)$  之定義為：試求  $y(t) = ?$ 

(20分)

3) 考慮矩陣  $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -5 \\ 4 & -1 & -5 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$ 。

已知矩陣多項式  $P = A^5 + 3A^2 + 2A$  可簡化成為  $P = a_2 A^2 + a_1 A + a_0 I$  的形式，請計算出  $a_2$  的值。多項式中的  $a_2, a_1, a_0$  為純量，而  $I$  為  $3 \times 3$  的單位矩陣。

(30分)

4) 考慮微分式 (differential form)：

$$\alpha = (2xy^3 \sin z) dx + (3x^2 y^2 \sin z) dy + (x^2 y^3 \cos z) dz$$

a) 請證明  $\alpha$  為 exact differential form (15分)b) 若令  $\alpha = d\phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \phi}{\partial y} dy + \frac{\partial \phi}{\partial z} dz$ ，請計算出  $\phi(x, y, z)$ 。

(15分)

參考用