

淡江大學 100 學年度碩士班招生考試試題

76

系別：保險學系

科目：統計學

考試日期：2 月 28 日(星期一) 第 2 節

本試題共 10 大題， 1 頁

(共 10 題 每題 10 分)

1. 擲兩顆骰子、令 X 為 1 點出現次數的隨機變數、 Y 為 6 點出現次數的隨機變數，求隨機變數 X 與 Y 的聯合機率分配與共變異數。
2. 令 W 為擲 3 顆骰子點數和的隨機變數，求隨機變數 W 的 $E(W)$ 與 $\text{Var}(W)$ 。
3. 令 Z 為擲 4 顆骰子出現點數相同個數的隨機變數，求隨機變數 Z 的 p.d.f. 與 $E(Z)$ 。
4. 隨機變數 X 服從均勻分配 $X \sim \text{Unif}(0, 1)$ ，令 $Y = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - X)$ 求 $E(Y)$ 與 $\text{Var}(Y)$ 。
5. 已知 $X \sim N(0, 1)$ ，令 $Y = e^X$ ，求 Y 的 p.d.f. 與 $E(Y)$ 。
6. 假設 $\varepsilon_k \stackrel{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2)$ 、令 $Z = \sum_{k=1}^T k \cdot \varepsilon_k$ 與 $W = \sum_{k=1}^T \varepsilon_k$ ，求 Z 與 W 的平均數、變異數與共變異數。試問 Z 及 W 的分配為何？
7. 學生計算三檔股票報酬率的平均數為 $r_1 = 0.1$ 、 $r_2 = 0.05$ 與 $r_3 = 0.02$ 、變異數與共變異數分別為 $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = 1$ 、 $\sigma_{12} = \sigma_{21} = 0.5$ 、 $\sigma_{13} = \sigma_{31} = -0.8$ 及 $\sigma_{23} = \sigma_{32} = 0.9$ ，請判斷此學生計算的變異數與共變異數是否正確並舉一例說明。
8. 假設簡單迴歸方程式 $Y_i = \beta_1 + \beta_2 \cdot X_i + \varepsilon_i$ 迴歸參數估計值為 $\hat{\beta}_1$ 和 $\hat{\beta}_2$ ，另一迴歸方程式 $X_i = \alpha_1 + \alpha_2 \cdot Y_i + \eta_i$ 的參數估計值為 $\hat{\alpha}_1$ 和 $\hat{\alpha}_2$ ，請分析當 $\hat{\alpha}_2 = (\hat{\beta}_2)^{-1}$ 成立時的條件。
9. 若 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 為一組來自常態母體 $N(\mu, \sigma^2)$ 之隨機樣本，求 $\text{Cov}((X_i - \bar{X}), \bar{X})$ 與 $\text{Cov}((X_i - \bar{X}), (X_j - \bar{X}))$ 。
10. 假設 $\varepsilon \sim N(0, 1)$ ，求 $E(\varepsilon^2)$ 、 $\text{Var}(\varepsilon^2)$ 與 $E(\varepsilon^4)$ 。