

國立臺灣海洋大學 101 學年度研究所碩士班暨碩士在職專班入學考試試題

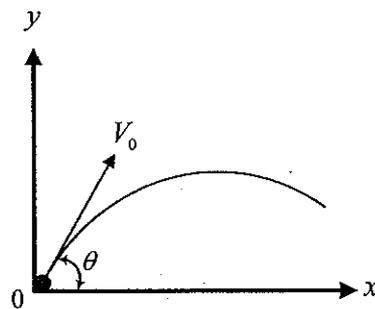
考試科目：工程數學

系所名稱：河海工程學系碩士班水資源與環境工程組、河海工程學系碩士班
海洋工程組、河海工程學系碩士班結構工程組、河海工程學系碩
士班大地工程組(大地工程領域) *可使用計算器

1. 答案以橫式由左至右書寫。2. 請依題號順序作答。

PART I：(共 50 分)

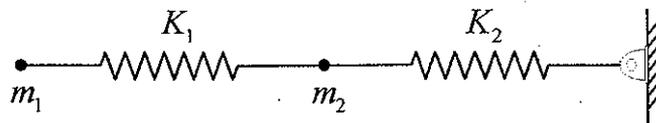
1. 一砲彈在座標為 $(x, y) = (0, 0)$ 的位置以速度 V_0 、角度 θ 發射。



(1) 建立控制運動過程之微分方程式，並求解 $x(t)$ 、 $y(t)$ 。(過程需逐步交代)(10%)

(2) 設 $V_0 = 113.3 \text{ m/sec}$ 、 $\theta = 60^\circ$ ，求其最高點之 y 值，及著陸時離原點之水平距離。(5%)

2. 已知 $m_1 = m_2 = 1$ 、 $K_1 = K_2 = 2$ 。



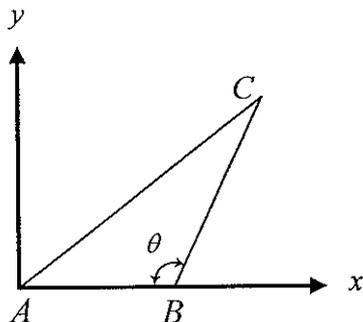
(1) 建立控制自由振動之微分方程式(10%)

(2) 求出自然振動頻率。(5%)

(3) 在僅有初始位移 $\Delta_1(0) = \Delta_2(0) = 1$ 條件下，求 $\Delta_1(t)$ 、 $\Delta_2(t)$ 。(5%)

3. 已知 \overline{AB} 長度為 a ， \overline{BC} 長度為 b ，將 \overline{AB} 、 \overline{BC} 表示為向量，利用向量運算求出 \overline{AC} 長度。

(15%)



PART II : (共 50 分)

1. 那些物理量是純量(scalar) ? (5%) 那些物理量是向量(vector) ? (5%)
2. 給一矩陣 $[K]$ 如下:

$$[K] = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

- (a) 請求出上述矩陣的特徵值(5%)與特徵向量(5%)。
 - (b) 可否算出 $[K]$ 的反矩陣(inverse matrix)。為何(why) ? (5%)
3. 求出 $f(t)$ 的 Fourier 級數展開(5%) 其中

$$f(t) = \cos\left(9t - \frac{\pi}{3}\right), -\pi < t < \pi, \quad f(t) = f(t + 2\pi)$$

再求出 $f(t)$ 的複數 Fourier 級數展開(5%) 兩係數間 有何關係? (5%)

4. 拉氏轉換: $F(s) \equiv L(f) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$, 拉氏反轉換: $f(t) = L^{-1}(F(s)) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} F(s) e^{st} ds$

若 $f(t) = e^t \sin(t)$ 則 $F(s) = ?$ (5%)

若 $F(s) = 1/(s-3)$ 則 $f(t) = ?$ (5%)

Hint:

第一平移定理, s-平移 $\rightarrow L(e^{at} f(t)) = F(s-a)$

第二平移定理, t-平移 $\rightarrow L\{f(t-a)u(t-a)\} = e^{-as} F(s)$