

考試科目	基礎數學	所別	統計 4141	考試時間	3月16日 第一節 星期日
<p>1. Show that $1 - \frac{x^2}{2} < \cos x$ for all $x \in (0, \infty)$ 5 pts</p> <p>2. Find $H'(2)$ given that $H(x) = \int_{2x}^{x^2-4} \frac{t}{1+\sqrt{t}} dt$ 5 pts</p> <p>3. Determine whether the following improper integral converges or diverges, and find its value if it converges. 10 pts</p> $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$ <p>4. Find the following limits 10 pts</p> <p>(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin^{-1} x}{\sin^3 x}$ (b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^x + 1)^{\frac{1}{x}}$</p> <p>5. Determine whether the following series converges or diverges 10 pts</p> <p>(a) $\sum \frac{(k!)^2}{(2k)!}$ (b) $\sum \frac{2^k k!}{k^k}$</p> <p>6. $g(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^4 + y^4} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$</p> <p>(a) Show that $\frac{\partial g}{\partial x}$ and $\frac{\partial g}{\partial y}$ both exist at $(0, 0)$ and their values at $(0, 0)$</p> <p>(b) Show that $\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} g(x, y)$ does not exist. 15 pts</p>					
備考	試題隨卷繳交				
命題委員:	(簽章) 97年3月7日				

命題紙使用說明: 1. 試題將用原件印製, 敬請使用黑色墨水正楷書寫或打字 (紅色不能製版請勿使用)。
 2. 書寫時請勿超出格外, 以免印製不清。
 3. 試題由郵寄遞者請以掛號寄出, 以免遺失而示慎重。

考試科目	基礎數學	所別	統計 A141	考試時間	3月16日 第一節 星期四
<p>7. For any idempotent and symmetric matrix A, prove that</p> <p>(a) A is non-negative definite 10pts</p> <p>(b) $\text{Trace } A = \text{rank } A$</p> <p>8. Let $L: V \rightarrow W$ be a linear transformation and $\dim V = \dim W$. Show that L is one-to-one iff L is onto. 10pts</p> <p>9. Let I_n be the identity matrix and J_n be the matrix of 1's, both of order n. Show that $aI_n + bJ_n = a^{n-1}(a+nb)$ 5pts</p> <p>10. Find an LU-factorization of the matrix $\begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. 10pts</p> <p>11. Let A be a symmetric matrix, prove that eigenvectors that belong to distinct eigenvalues of A are orthogonal. 10pts</p>					
備考	試題隨卷繳交				
命題委員：	(簽章) 97年3月7日				

命題紙使用說明：
 1. 試題將用原件印製，敬請使用黑色墨水正楷書寫或打字（紅色不能製版請勿使用）。
 2. 書寫時請勿超出格外，以免印製不清。
 3. 試題由郵寄遞者請以掛號寄出，以免遺失而示慎重。