

大同大學 102 學年度研究所碩士班入學考試試題

考試科目：工程數學

所別：光電工程研究所

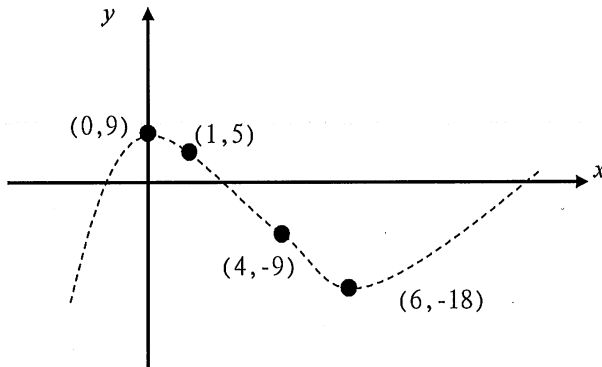
第 全 頁

註：本次考試 不可以參考自己的書籍及筆記； 不可以使用字典； 不可以使用計算

1. 求取矩陣 A 的本徵值(eigenvalues)與對應的本徵向量(eigenvectors)。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

2. 已知下圖的曲線方程式為 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，而且曲線通分別通過下圖四個點 $(0,9)$, $(1,5)$, $(4,-9)$ 與 $(6,-18)$ ，求解係數 a, b, c, d 的值。



3. 假設 T 向量為一個三維線性運算子(linear operator)，定義如下：

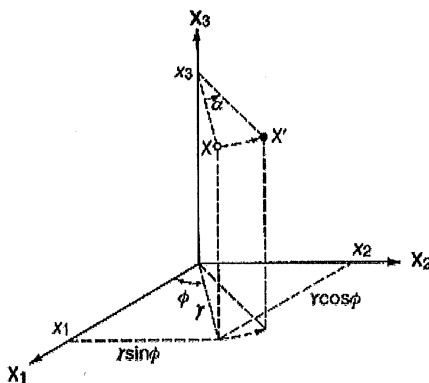
$$T(x_1, x_2, x_3) = (3x_1 + x_2, -2x_1 - 4x_2 + 3x_3, 5x_1 + 4x_2 - 2x_3)$$

找出 $T^{-1}(x_1, x_2, x_3) = ?$

4. 在三維空間由 $X(x_1, x_2, x_3)$ 線性旋轉位移至 $X'(x'_1, x'_2, x'_3)$ ，可表示成：

$$X'(x'_1, x'_2, x'_3) = [T]X(x_1, x_2, x_3)$$

請寫下此運算子 $[T]$ 的標準矩陣。



5. Find an orthogonal matrix P that diagonalizes $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{bmatrix}$, i.e. $P^T A P$ is a diagonal matrix.