

中原大學 102 學年度 碩士班 入學考試

102/3/2 13:30 ~ 15:00 土木工程學系結構組
土木工程學系大地組
土木工程學系水利組

誠實是我們珍視的美德，
我們喜愛「拒絕作弊，堅守正直」的你！

科目：工程數學

(共 1 頁第 1 頁)

可使用計算機，惟僅限不具可程式及多重記憶者 不可使用計算機

1. 試求解二階線性常微分方程式的通解 $y(x)$ ： (15 分)

$$y'' + 5y' + 6y = 3e^{-x}$$

2. 試檢驗下列之微分方程式是否為正合 (exact)，並求解： (15 分)

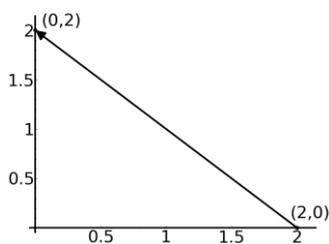
$$(2xy^2 - 3)dx + (2x^2y + 4)dy = 0.$$

3. 試求下面矩陣 \mathbf{A} 的特徵值 (eigenvalue) 與特徵向量 (eigenvector)： (15 分)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 9 & -6 \end{bmatrix}$$

4. 試求函數 $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ 在點 $(2, 2, -1)$ 處，沿著向量 $\vec{a} = [1, 1, 3]$ 之方向導數 (directional derivative)。 (15 分)

5. 試求一向量函數 $\vec{F}(x, y) = (x + y)\vec{i} + (x^2 - y^2)\vec{j}$ ，沿著路徑 C 為 $y = 2 - x$ 之直線 (如下圖所示)，由點 $(2, 0)$ 至點 $(0, 2)$ 之積分 $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ 。 (20 分)



6. 試求解一維熱傳偏微分方程式： (20 分)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

$$u(0, t) = 0, \quad u(L, t) = 0 \quad \text{for all } t \geq 0,$$

$$u(x, 0) = f(x),$$

其中 $u = u(x, t)$ 為 x 及 t 之函數， c 為大於零之常數，求解範圍為 $0 \leq x \leq L$ ， $t \geq 0$ 。
 $f(x)$ 為給定之已知函數。