

中央警察大學 102 學年度碩士班入學考試試題

所 別：消防科學研究所

科 目：微積分(同等學力加考)

作答注意事項：

1. 本試題共 4 題，每題各占 25 分；共 1 頁。
2. 不用抄題，可不按題目次序作答，但應書寫題號。
3. 禁用鉛筆作答，違者不予計分。

一、請回答下列問題：

(一) 若 $y = (\ln x)^{\frac{1}{\ln x}}$ ，求 $\frac{dy}{dx}$ 。(12 分)

(二) 若 $y = \tan^{-1}(x - \sqrt{x^2 + 1})$ ，求 $\frac{dy}{dx}$ 。(13 分)

二、請回答下列問題：

(一) 求拋物面 $z = 4 - x^2 - y^2$ 與 xy 平面所圍成的立體體積。(12 分)

(二) 求拋物面 $z = 2x^2 + y^2$ 與圓柱 $z = 4 - y^2$ 面所圍成的立體體積。(13 分)

三、請回答下列問題：

(一) 求 $y = f(x) = \cos x^2$ ，以 0 為中心的泰勒展開式。(8 分)

(二) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x = ?$ (8 分)

(三) $z = f(x, y)$, $x^2 z + \frac{1}{8} y z^3 = x$ ，求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ 在點 $(1, -1, 2)$ 之值。(9 分)

四、請回答下列問題：

(一) 求 $\int_0^{\sqrt{\pi/2}} \int_x^{\sqrt{\pi/2}} \int_1^3 \sin y^2 dz dy dx = ?$ (13 分)

(二) 求 $\int_0^{\infty} \frac{4}{\sqrt{x}(x+6)} dx = ?$ (12 分)