

中央警察大學 102 學年度碩士班入學考試試題

所 別：水上警察研究所

組 別：海洋科技組

科 目：數學

作答注意事項：

1. 本試題共 4 題，每題各占 25 分；共 2 頁。
2. 不用抄題，可不按題目次序作答，但應書寫題號。
3. 禁用鉛筆作答，違者不予計分。

一、試回答下列問題：

- (一) 有一空間的溫度場是： $T = 0.1x^2 + 0.2y^2 - 0.1xy - 0.2x - 0.3y + 10$ ，在空間 (13,4) 位置上有一隻蚊子，牠尋求最暖方向飛，請問應該朝哪個方向？(12 分)
- (二) 巡防艇巡邏時，發現該海域流場速度是： $\vec{v} = (x^2 + y^2 + ax + by)\mathbf{i} + (cxy + 2x - 3y)\mathbf{j}$ ，發現海流是無旋狀態，請問 $a+b+c$ 值該為多少？(13 分)

二、試回答下列問題：

(一) 求下列極限

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$ (5 分)

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}$ (5 分)

(二) 求下列微分

1. $y = x^x$ (5 分)

2. $y = e^{10}$ (5 分)

3. $xe^y + ye^x = 1$ (5 分)

三、試回答下列問題：

(一) 求 A 矩陣的反矩陣。(10 分)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 1 \\ 6 & 3 & -3 \\ 2 & 9 & -5 \end{bmatrix}$$

(二) 求 B 矩陣的特徵值 (eigenvalues) 與特徵向量 (eigenvectors)。(15 分)

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

四、試回答下列問題：

(一) 若 $x = e^t \cos t$, $y = e^t \sin t$, 求 $\frac{d^2y}{dx^2}$ 。(6 分)

(二) 求由曲線 $y = x^2 + 1$ 與直線 $y = -x + 3$ 所圍成的區域繞 x 軸旋轉所得旋轉體的體積。(6 分)

(三) 求 $\int_0^{\pi} 5(5 - 4 \cos x)^{1/4} \sin x dx$ 。(6 分)

(四) 求 $\int \sin^2 x \cdot \cos^5 x dx$ 。(7 分)