

國立聯合大學 102 學年度碩士班考試招生

能源工程學系碩士班入學考試試題

科目： 工 程 數 學 第 1 頁共 2 頁

一、單一選擇題(每題8分，共64分)

1. 以下選項中那一個是微分方程式 $y'' + y' - 2y = 0$ 的解:

- (A) e^x (B) e^{-x} (C) e^{3x} (D) e^{5x}

2. 以下選項中那一個是 $f(t) = t$ 拉氏轉換(Laplace transform)所得的結果:

- (A) s (B) 1 (C) $1/s$ (D) $1/s^2$

3. 已知向量 $\mathbf{a}=[1, 2, 0]$ ，向量 $\mathbf{b}=[3, 2, -1]$ ，這兩個向量內積(inner product)結果 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ 是:

- (A) 1 (B) 0 (C) -1 (D) -2

4. 以下矩陣的行列式值是: (A) -50 (B) -60 (C) -70 (D) -80

$$\begin{vmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 6 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

5. 以下選項中那一個是微分方程式 $x^2y'' - 2.5xy' - 2y = 0$ 的解:

- (A) x (B) x^2 (C) x^3 (D) x^4

6. 試計算 $\int_0^{\infty} t^2 e^{-st} dt$ 為:

- (A) $\frac{1}{s^2}$ (B) $\frac{2!}{s^2}$ (C) $\frac{2!}{s^3}$ (D) $\frac{3!}{s^4}$

7. 請問級數 $\frac{1}{1-x} = \sum_{m=0}^{\infty} x^m = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + \dots$ 的收斂範圍為:

- (A) $x < 1$ (B) 所有實數 (C) 所有負數 (D) $x \geq 1$

8. 試求出函數 $f(x, y, z) = 2x^2 + 3y^2 + z^2$ 的梯度(Gradient):

- (A) $[2x, 3y, z]$ (B) $[4x, 6y, 2z]$ (C) $[6x, 8y, 4z]$ (D) $[8x, 10y, z]$

二、計算題(每題12分，共36分)

1. 試解下列矩陣的反矩陣

$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

2. 若 $\vec{F}(x,y) = (3 + 2xy)\vec{i} + (x^2 - 3y^2)\vec{j}$, 請找出函數 f 使得 $\vec{F} = \nabla f$ 。

3. 請利用拉普拉斯變換(Laplace transform)求解初始值問題 $y''-y = t, y(0)=1, y'(0)=1$ 。

常用函數拉普拉斯轉換對應表

	$f(t)$	$\mathcal{L}(f)$		$f(t)$	$\mathcal{L}(f)$
1	1	$1/s$	7	$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
2	t	$1/s^2$	8	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
3	t^2	$2!/s^3$	9	$\cosh at$	$\frac{s}{s^2 - a^2}$
4	t^n ($n = 0, 1, \dots$)	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	10	$\sinh at$	$\frac{a}{s^2 - a^2}$
5	t^a (a positive)	$\frac{\Gamma(a + 1)}{s^{a+1}}$	11	$e^{at} \cos \omega t$	$\frac{s - a}{(s - a)^2 + \omega^2}$
6	e^{at}	$\frac{1}{s - a}$	12	$e^{at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s - a)^2 + \omega^2}$