

系所組別：製造資訊與系統研究所甲組

考試科目：工程數學

考試日期：0223，節次：3

※ 考生請注意：本試題不可使用計算機

1 請求解式(1)所示之常係數微分方程，

$$(15\%) \quad y''' - 7y'' + 16y' - 10y = 0 \quad (1)$$

2. 請以 Laplace 方法求解式(2)所示之微分方程。

$$(15\%) \quad y'' + 2y' + 2y = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & 0 < t < a \\ 1 & t > a \end{cases}; \quad a \text{ 為常數} \quad (2)$$

$$\text{且 } y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

3. 已知矩陣  $A$  之定義如式(3)。

(15%)

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

求 (1)  $A$  之反矩陣。

(5%)

(2)  $A$  之特徵值。

(5%)

(3)  $A$  之各特徵值對應之特徵向量。

(5%)

(背面仍有題目, 請繼續作答)

系所組別：製造資訊與系統研究所甲組

考試科目：工程數學

考試日期：0223，節次：3

※ 考生請注意：本試題不可使用計算機

4. (1) 請證明式(4)之線積分，其積分結果不積分  
(10%) 路徑無關。

$$\int_{(0,2,1)}^{(2,0,1)} z e^x dx + 3yz dy + (e^x + y^3) dz \quad \text{式(4)}$$

(2) 請求出式(4)之積分值。  
(5%)

5. 請求解式(5)所訂之偏微分方程

$$(20\%) \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (5)$$

Boundary condition:

$$T(0, y) = 0, \quad T(\infty, y) = \text{bounded value}$$

$$T(x, 0) = x, \quad T(x, \infty) = 0$$

系所組別： 製造資訊與系統研究所甲組

考試科目： 工程數學

考試日期： 0223，節次： 3

※ 考生請注意：本試題不可使用計算機

6 一向量  $\vec{r}(t)$  如式 (6) 所示。由圖 1 知其為  
(20%) 曲線  $C$  之位置向量  $\vec{r}(s)$ 。

$$\vec{r}(t) = 2\cos t \vec{i} + 2\sin t \vec{j} + 3t \vec{k} \quad (6)$$

請求出  $\vec{r}(t)$  在任意一點之

- (5%) (1) 單位切向量 (unit tangent vector):  $\vec{e}_t$   
 (5%) (2) 單位法向量 (unit normal vector):  $\vec{e}_n$   
 (5%) (3) 單位副法向量 (unit binormal vector):  $\vec{e}_b$   
 (5%) (4) 曲率 (curvature) (Hint:  $\vec{e}_n = \frac{1}{\kappa} \frac{d\vec{e}_t}{ds}$ )

