

國立成功大學

113學年度碩士班招生考試試題

編 號：248

系 所：數據科學研究所

科 目：統計學

日 期：0201

節 次：第 1 節

備 註：不可使用計算機

※ 考生請注意：本試題不可使用計算機。請於答案卷(卡)作答，於本試題紙上作答者，不予計分。

1. (20%) 某個工業大廠專案研究要探討特定批次液晶面板亮點缺陷數目的分布的狀況。使用一組未知抽樣方法得到的 10 片液晶面板樣本，缺陷數目觀察值為 (1, 4, 5, 5, 5, 26, 28, 28, 28, 30)
 - (a) (5%) 請計算液晶面板缺陷數目樣本平均數，樣本中位數，樣本眾數
 - (b) (5%) 假設此液晶面板樣本來自簡單隨機抽樣，此三個統計量何者比較適合描述該批次液晶面板亮點缺陷數目的集中性？原因為何？
 - (c) (5%) 假設使用 Poisson 分配來描述液晶面板亮點缺陷數目的分布的狀況，請寫出 Poisson 分配機率函數。並請計算 Poisson 分配變異數的估計值。
 - (d) (5%) 假設缺陷數目觀察值是依照時間次序所記錄，請討論使用 Poisson 分配來描述液晶面板亮點缺陷數目的分布的狀況是否適當，說明適當或不適當的原因。

2. (20%) 抽樣調查是民意調查、市場調查和社會調查常運用的方法。
 - (a) (5%) 假設一個調查機構要調查某一候選人的支持率 p_0 ，採取隨機抽樣電訪的方式，假設選區內的選民支持或不支持的意向 $X_i, i=1, \dots, n$ ，可以用二項分配的隨機變數來描述，請列出估計 p_0 常用的樣本估計量以及該估計量的標準差。
 - (b) (5%) 如果希望控制支持率 p_0 估計量的標準差不大於 0.03，至少需要多少樣本 n 。請列出推導公式，並嘗試給出 n 大約的數值。
 - (c) (5%) 假設一個調查機構要調查某兩候選人的支持率差異 $p_1 - p_2$ ，採取隨機抽樣電訪的方式，假設選區內的抽取的 n 位選民，其支持或不支持兩候選人的意向 $X_{1i}, X_{2i}, i=1, \dots, n$ ，可以用兩個互相獨立二項分配的隨機變數來描述，請列出估計 $p_1 - p_2$ 常用的樣本估計量以及該估計量的標準差。
 - (d) (5%) 如果希望控制支持率 $p_1 - p_2$ 估計量的標準差不大於 0.03，至少需要多少樣本 n 。請列出推導公式，並嘗試給出 n 大約的數值。

3. (20%) 新藥的藥效需要經過臨床實驗來確認是否優於舊藥。假設某一種常用降血壓藥物 A，長期的平均約莫可降低收縮壓 10 mmHg。今有一藥廠開發新降血壓藥物 B，進行符合衛生福利部食品藥物管理署規範的臨床試驗，在目標治療族群中隨機挑選 36 位受測者進行試驗。平均可降低收縮壓 12 mmHg，樣本標準差為 6 mmHg。
 - (a) (5%) 請列出適當的檢定假設 H_0 和 H_1 。
 - (b) (5%) 請計算適當檢定統計量，在型一誤差 0.05 和 0.01 之下進行檢定。並討論檢定結果的差異。
 - (c) (5%) 上述的檢定方法需要那些統計假設？
 - (d) (5%) 當收縮壓降低量並不符合常態分佈，假設檢定如何進行較為適當？你的建議為何？

4. (20%) 影像處理是資料科學研究重要的議題。常見的應用為人臉辨識、自動駕駛、腫瘤辨識、電路板缺陷辨識等等。影像擷取的量測設備會受多種因子干擾，例如設備震動(Vibration)和輸入電壓(Voltage)，導致影像清晰度(Clarity)減低。今採取實驗方式進行研究，使用兩個設備震動水準(高水準和低水準)和兩個輸入電壓水準(高水準和低水準)，對影像擷取設備進行 16 次影像清晰度量測。以下為實驗結果的變異數分析表

	Df	Sum Sq	Mean Sq
Vibration	1	2.0	2.0
Voltage	1	34.8	34.8
Vibration:Voltage	1	10.5	10.5
Residuals	12	12.0	1.0

- (a) (5%) 請檢定設備震動(Vibration)和輸入電壓(Voltage)個別對影像清晰度(Clarity)的影響。型一誤差設為 0.1。
- (b) (5%) 請檢定備震動(Vibration)和輸入電壓(Voltage)對影像清晰度(Clarity)的交互作用影響。型一誤差設為 0.1。並解釋交互作用的意義。
- (c) (5%) 在(a)和(b)的分析使用了哪幾個模型假設？
- (d) (5%) 如果(c)的模型假設不正確，對(a)和(b)的分析的結果有何影響？請對每一個假設進行說明。

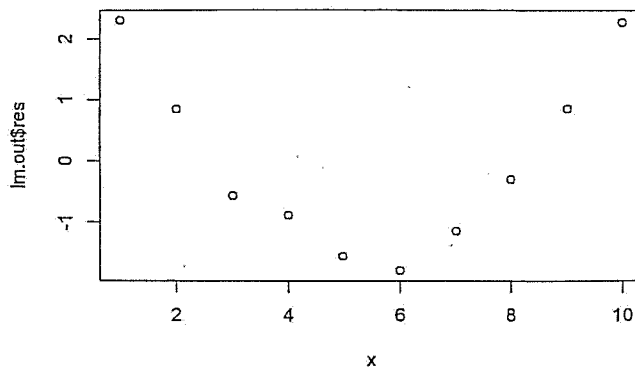
5. (20%) 一組隨機樣本有 10 個 y 觀察值，欲探討可能影響因子 x 與 y 的關係。

初步嘗試建立回歸模型 $y = a_0 + a_1 * x + e$ ，回歸分析表如下

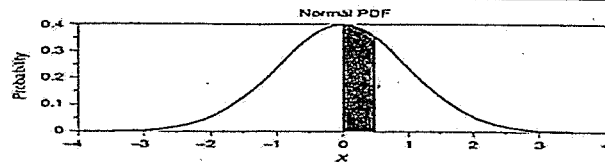
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	0.5662	1.0803	0.524	0.6144
x	0.4109	0.1741	2.360	0.0459 *

Multiple R-squared: 0.4105, Adjusted R-squared: 0.3368

- (a) (5%) 請列出 a_0 和 a_1 的最小平方估計量公式。並依照上面回歸分析表說明 x 與 y 的可能關係。
- (b) (5%) (a)的回歸模型使用了哪幾個模型假設？回歸分析表使用了哪幾個模型假設？
- (c) (5%) 如何檢查(b)所敘述的模型假設？請對每一個假設說明檢定方法。
- (d) (5%) 如果 x vs residual 的圖形繪出如下，請說明 x 與 y 的可能關係。



表一.標準常態分佈表



Area under the Normal Curve from 0 to X

X	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.00000	0.00399	0.00798	0.01197	0.01595	0.01994	0.02392	0.02790	0.03188	0.03586
0.1	0.03983	0.04380	0.04776	0.05172	0.05567	0.05962	0.06356	0.06749	0.07142	0.07535
0.2	0.07926	0.08317	0.08706	0.09095	0.09483	0.09871	0.10257	0.10642	0.11026	0.11409
0.3	0.11791	0.12172	0.12552	0.12930	0.13307	0.13683	0.14058	0.14431	0.14803	0.15173
0.4	0.15542	0.15910	0.16276	0.16640	0.17003	0.17364	0.17724	0.18082	0.18439	0.18793
0.5	0.19146	0.19497	0.19847	0.20194	0.20540	0.20884	0.21226	0.21566	0.21904	0.22240
0.6	0.22575	0.22907	0.23237	0.23565	0.23891	0.24215	0.24537	0.24857	0.25175	0.25490
0.7	0.25804	0.26115	0.26424	0.26730	0.27035	0.27337	0.27637	0.27935	0.28230	0.28524
0.8	0.28814	0.29103	0.29389	0.29673	0.29955	0.30234	0.30511	0.30785	0.31057	0.31327
0.9	0.31594	0.31859	0.32121	0.32381	0.32639	0.32894	0.33147	0.33398	0.33646	0.33891
1.0	0.34134	0.34375	0.34614	0.34849	0.35083	0.35314	0.35543	0.35769	0.35993	0.36214
1.1	0.36433	0.36650	0.36864	0.37076	0.37286	0.37493	0.37698	0.37900	0.38100	0.38298
1.2	0.38493	0.38686	0.38877	0.39065	0.39251	0.39435	0.39617	0.39796	0.39973	0.40147
1.3	0.40320	0.40490	0.40658	0.40824	0.40988	0.41149	0.41308	0.41466	0.41621	0.41774
1.4	0.41924	0.42073	0.42220	0.42364	0.42507	0.42647	0.42785	0.42922	0.43056	0.43189
1.5	0.43319	0.43448	0.43574	0.43699	0.43822	0.43943	0.44062	0.44179	0.44295	0.44408
1.6	0.44520	0.44630	0.44738	0.44845	0.44950	0.45053	0.45154	0.45254	0.45352	0.45449
1.7	0.45543	0.45637	0.45728	0.45818	0.45907	0.45994	0.46080	0.46164	0.46246	0.46327
1.8	0.46407	0.46485	0.46562	0.46638	0.46712	0.46784	0.46856	0.46926	0.46995	0.47062
1.9	0.47128	0.47193	0.47257	0.47320	0.47381	0.47441	0.47500	0.47558	0.47615	0.47670
2.0	0.47725	0.47778	0.47831	0.47882	0.47932	0.47982	0.48030	0.48077	0.48124	0.48169
2.1	0.48214	0.48257	0.48300	0.48341	0.48382	0.48422	0.48461	0.48500	0.48537	0.48574
2.2	0.48610	0.48645	0.48679	0.48713	0.48745	0.48778	0.48809	0.48840	0.48870	0.48899
2.3	0.48928	0.48956	0.48983	0.49010	0.49036	0.49061	0.49086	0.49111	0.49134	0.49158
2.4	0.49180	0.49202	0.49224	0.49245	0.49266	0.49286	0.49305	0.49324	0.49343	0.49361
2.5	0.49379	0.49396	0.49413	0.49430	0.49446	0.49461	0.49477	0.49492	0.49506	0.49520
2.6	0.49534	0.49547	0.49560	0.49573	0.49585	0.49598	0.49609	0.49621	0.49632	0.49643
2.7	0.49653	0.49664	0.49674	0.49683	0.49693	0.49702	0.49711	0.49720	0.49728	0.49736
2.8	0.49744	0.49752	0.49760	0.49767	0.49774	0.49781	0.49788	0.49795	0.49801	0.49807
2.9	0.49813	0.49819	0.49825	0.49831	0.49836	0.49841	0.49846	0.49851	0.49856	0.49861
3.0	0.49865	0.49869	0.49874	0.49878	0.49882	0.49886	0.49889	0.49893	0.49896	0.49900
3.1	0.49903	0.49906	0.49910	0.49913	0.49916	0.49918	0.49921	0.49924	0.49926	0.49929
3.2	0.49931	0.49934	0.49936	0.49938	0.49940	0.49942	0.49944	0.49946	0.49948	0.49950
3.3	0.49952	0.49953	0.49955	0.49957	0.49958	0.49960	0.49961	0.49962	0.49964	0.49965
3.4	0.49966	0.49968	0.49969	0.49970	0.49971	0.49972	0.49973	0.49974	0.49975	0.49976
3.5	0.49977	0.49978	0.49978	0.49979	0.49980	0.49981	0.49981	0.49982	0.49983	0.49983
3.6	0.49984	0.49985	0.49985	0.49986	0.49986	0.49987	0.49987	0.49988	0.49988	0.49989
3.7	0.49989	0.49990	0.49990	0.49990	0.49991	0.49991	0.49992	0.49992	0.49992	0.49992
3.8	0.49993	0.49993	0.49993	0.49994	0.49994	0.49994	0.49994	0.49995	0.49995	0.49995
3.9	0.49995	0.49995	0.49996	0.49996	0.49996	0.49996	0.49996	0.49996	0.49997	0.49997
4.0	0.49997	0.49997	0.49997	0.49997	0.49997	0.49997	0.49998	0.49998	0.49998	0.49998

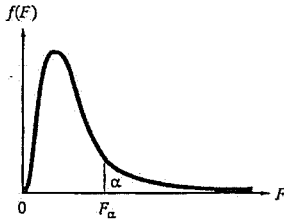
表二. 卡方分布分位數表

TABLE VII Continued

Degrees of Freedom	$\chi^2_{.100}$	$\chi^2_{.050}$	$\chi^2_{.025}$	$\chi^2_{.010}$	$\chi^2_{.005}$
1	2.70554	3.84146	5.02389	6.63490	7.87944
2	4.60517	5.99147	7.37776	9.21034	10.5966
3	6.25139	7.81473	9.34840	11.3449	12.8381
4	7.77944	9.48773	11.1433	13.2767	14.8602
5	9.23635	11.0705	12.8325	15.0863	16.7496
6	10.6446	12.5916	14.4494	16.8119	18.5476
7	12.0170	14.0671	16.0128	18.4753	20.2777
8	13.3616	15.5073	17.5346	20.0902	21.9550
9	14.6837	16.9190	19.0228	21.6660	23.5893
10	15.9871	18.3070	20.4831	23.2093	25.1882

表三. F 分布分位數表

TABLE VIII Percentage Points of the F-distribution, $\alpha = .10$



$\nu_1 \backslash \nu_2$		NUMERATOR DEGREES OF FREEDOM								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
DENOMINATOR DEGREES OF FREEDOM	1	39.86	49.50	53.59	55.83	57.24	58.20	58.91	59.44	59.86
	2	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38
	3	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24
	4	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94
	5	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32
	6	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96
	7	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72
	8	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56
	9	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44
	10	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35
	11	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27
	12	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21
	13	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16
	14	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12
	15	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09
	16	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06
	17	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03
	18	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00
	19	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98
	20	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96
	21	2.96	2.57	2.36	2.23	2.14	2.08	2.02	1.98	1.95
	22	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93
	23	2.94	2.55	2.34	2.21	2.11	2.05	1.99	1.95	1.92
	24	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91
	25	2.92	2.53	2.32	2.18	2.09	2.02	1.97	1.93	1.89
	26	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88
	27	2.90	2.51	2.30	2.17	2.07	2.00	1.95	1.91	1.87
	28	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87
	29	2.89	2.50	2.28	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89	1.86
	30	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85
40	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	
60	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	
120	2.75	2.35	2.13	1.99	1.90	1.82	1.77	1.72	1.68	
∞	2.71	2.30	2.08	1.94	1.85	1.77	1.72	1.67	1.63	

Source: From M. Merrington and C. M. Thompson, "Tables of Percentage Points of the Inverted Beta (F)-Distribution," *Biometrika*, 1943, 33, 73-88. Reproduced by permission of the *Biometrika* Trustees.

(continued)