

# 國立中央大學 113 學年度碩士班考試入學試題

所別： 大氣科學學系大氣物理 碩士班 不分組(一般生)

第 1 頁 / 共 1 頁

大氣科學學系大氣物理 碩士班 不分組(在職生)

科目： 應用數學

\*本科考試禁用計算器

1. Solve the initial value problem. (計算題，請詳列計算過程，無過程者不計分)

$$x^2 y'' - xy' + y = 0, y(1) = 1.5, y'(1) = 0.25$$

(15%)

2. Find the power series solution in powers of  $x$ . (計算題，請詳列計算過程，無過程者不計分)

$$y'' - 4xy' + (4x^2 - 2)y = 0$$

(10%)

3. Find  $f(t)$  if

$$\mathcal{L}(f) = \frac{(1+e^{-2\pi(s+1)})(s+1)}{(s+1)^2+1} \quad (\mathcal{L}: \text{Laplace transform})$$

(計算題，請詳列計算過程，無過程者不計分)

(15%)

4. Find  $y(t)$ . (計算題，請詳列計算過程，無過程者不計分)

$$y(t) - \int_0^t y(\tau) \sin 2(t - \tau) d\tau = \sin 2t$$

(15%)

5. Find an eigenbasis (a basis of eigenvectors) and diagonalize. (計算題，請詳列計算過程，無過程者不計分)

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

(15%)

6. Find the Fourier series. (計算題，請詳列計算過程，無過程者不計分)

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -0.5 < x < 0 \\ x, & 0 < x < 0.5 \end{cases}$$

(15%)

7. Solve the following equation. (計算題，請詳列計算過程，無過程者不計分)

$$\frac{\partial w^2}{\partial x^2} = 100 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 100 \frac{\partial w}{\partial t} + 25w, w(x, 0) = 0 \text{ if } x \geq 0, w_t(x, 0) = 0 \text{ if } t \geq 0,$$

$$w(0, t) = \sin t \text{ if } t \geq 0.$$

(15%)