

國立中山大學 113 學年度 碩士班暨碩士在職專班招生考試試題

科目名稱：線性代數乙【應數系碩士班乙組】

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

- 考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，請衡酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，後果由考生自負。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶書籍、紙張（應考證不得做計算紙書寫）、具有通訊、記憶、傳輸或收發等功能之相關電子產品或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

國立中山大學 113 學年度碩士班暨碩士在職專班招生考試試題

科目名稱：線性代數乙【應數系碩士班乙組】

題號：424005

※本科目依簡章規定「不可以」使用計算機(問答申論題)

共 1 頁第 1 頁

Please write down all the detail of your computation and solution.

1. (15%) Find the third column of the following product matrix

$$\begin{bmatrix} \sqrt{e} & \frac{1}{3} & \sqrt{2} & \pi \\ 10^5 & 7 & 0 & 3.7 \\ i & \sin 3 & -1 & \ln 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.2 & -0.3 & 0.1 \\ 2 & -1 & -1 \\ \frac{1}{6}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3}\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 0 & \sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -e & 2.3 & 1 & -\pi \\ \frac{1}{7} & \sqrt{5} & 1 & 2 \\ \pi & -2 & 1 & -\sqrt{2} \end{bmatrix}.$$

2. (15%) Let

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$$

Find the necessary and sufficient conditions on a, b, c and d such that A is symmetric positive definite, and then prove it.

3. (15%) Find the least squares plane $z = ax + by + c$ for (x, y, z) data: $(0, 0, 2), (0, 1, 2), (1, 0, 1)$ and $(1, 1, 5)$.

4. (15%) Let A be a real $n \times n$ matrix where $n \geq 2$. Prove that the followings are equivalent:

- (1) A is orthogonally diagonalizable,
- (2) A has a real orthonormal set of n eigenvectors.

5. (20%) Let

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \text{ and } \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ -6 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

(1) Find permutation matrix P , lower triangular matrix L and upper triangular matrix U such that $A = PLU$.

(2) Use (1) to solve $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ for \mathbf{x} .

6. (20%) Let $n \times n$ matrix A have all entries -3 where $n \geq 2$. Find all of its eigenvalues, corresponding eigenvectors, and its Jordan canonical form.