

國立高雄大學 112 學年度研究所碩士班招生考試試題

科目：統計學

系所：統計學研究所(無組別)

是否使用計算機：否

考試時間：100 分鐘

本科原始成績：100 分

一、 選擇題(可複選，全對才給分)

1. (5%)考慮任意兩隨機變數服從標準常態分佈(standard normal distribution)，下列敘述何者為非：

- (A) 兩隨機變數相加仍然為常態分佈；
- (B) 兩隨機變數相乘則為卡方分布(chi-square distribution)；
- (C) 給定一隨機變數之值，另一隨機變數亦服從常態分佈；
- (D) 將其中一隨機變數取對數(log)則可得到對數常態分佈(log-normal distribution)。

2. (5%)下列敘述何者為非：

- (A) 統計量為資料與母體參數所構成之函數；
- (B) 資料本身就是充分統計量(sufficient statistic)；
- (C) 最小充分統計量(minimal sufficient statistic)可以有很多個；
- (D) 輔助統計量(Ancillary statistic)一定與充分統計量獨立。

3. (5%)考慮一組獨立資料服從指數分布 $\text{Exp}(\beta)$ ，其母體參數為期望值 $\beta > 0$ ，下列敘述何者為非：

- (A) 其動差估計量(method of moment estimator)之解唯一；
- (B) 其最大概似估計量(maximum likelihood estimator)之解唯一；
- (C) 其動差估計量必為不偏估計量(unbiased estimator)；

國立高雄大學 112 學年度研究所碩士班招生考試試題

科目：統計學

系所：統計學研究所(無組別)

是否使用計算機：否

考試時間：100 分鐘

本科原始成績：100 分

(D) 其最大概似估計量亦為不偏估計量。

4. (5%)考慮一組獨立資料服從常態分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，其母體參數為期望值 μ 與變異數 σ^2 ，下列

敘述何者為非：

(A) 其動差估計量之解唯一；

(B) 其最大概似估計量之解唯一；

(C) 其動差估計量必為不偏估計量；

(D) 其最大概似估計量亦為不偏估計量。

5. (5%)考慮一檢定問題，下列敘述何者為非：

(A) 顯著水準(significance level)其值愈大，代表在拒絕虛無假設(null hypothesis)時，其結果愈可信；

(B) 在同一虛無假設下，拒絕域(reject region)之建立與對立假設(alternative hypothesis)無關；

(C) 一檢定結果有可能同時犯了型一錯誤(Type I error)與型二錯誤(Type II error)；

(D) 於概似比檢定(likelihood ratio test)中，其檢定統計量值愈大，則應愈傾向拒絕虛無假設。

國立高雄大學 112 學年度研究所碩士班招生考試試題

科目：統計學

系所：統計學研究所(無組別)

是否使用計算機：否

考試時間：100 分鐘

本科原始成績：100 分

二、問答與計算題

1. 考慮一組獨立隨機樣本 X_1, \dots, X_n 服從 $\text{Beta}(\alpha, \beta)$ 分佈，其中 $\alpha > 0, \beta > 0$ 且 $E(X_1) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}$ 。
 - (a) (5%) 若 α 已知，試求得母體參數 β 之動差估計量；
 - (b) (10%) 若 α 與 β 皆未知，試求得母體參數 α 之動差估計量；
2. (10%) 動差估計法之一缺點為其估計量與母體參數範圍有時會不一致，請問最大概似估計法如何避免上述之缺點。
3. 考慮兩組獨立隨機樣本 X_1, \dots, X_n 與 Y_1, \dots, Y_m 分別服從常態分佈 $N(\mu_X, \sigma_X^2)$ 與 $N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$ ，假設兩組樣本亦獨立。假設欲檢定 $H_0: \mu_X = \mu_Y$ vs. $H_a: \mu_X < \mu_Y$ 。
 - (a) (10%) 若 σ_X^2 與 σ_Y^2 已知，試求得一檢定統計量與於 H_0 假設下該統計量之分佈；
 - (b) (10%) 若 σ_X^2 與 σ_Y^2 未知但相等，試求得一檢定統計量與於 H_0 假設下該統計量之分佈；
 - (c) (10%) 若 σ_X^2 與 σ_Y^2 未知且不相等，假設樣本數 $n = m$ ，試求得一檢定統計量與於 H_0 假設下該統計量之分佈。
4. 考慮一組獨立隨機樣本 X_1, \dots, X_n 服從常態分佈 $N(\mu, \sigma^2)$ 。
 - (a) (5%) 試求得樣本變異數(sample variance，定義為 S^2) 之分佈；
 - (b) (15%) 試以 S^2 建立 σ^2 信賴係數為 $(1 - \alpha)$ 之信賴區間(confidence interval)。