

國立高雄大學 112 學年度研究所碩士班招生考試試題

科目：微積分

系所：統計學研究所(無組別)

是否使用計算機：否

考試時間：100 分鐘

本科原始成績：100 分

作答時請於答案卷上註明題號，計算題須附上推導過程。

一、選擇題

1. (5%) 下列哪一極限不存在？

A.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x}{x}$ ;    B.  $\lim_{x \rightarrow 1} |x + 3|$ ;    C.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x - 1}$ ;    D.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x^2 + 4}$ 。

2. (5%) 給定  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x+x^2} & \text{if } x < 0 \\ x^2 - 1 & \text{if } x \geq 0 \end{cases}$  下列何者不正確？

A.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0$ ;    B.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -1$ ;    C.  $f$  在  $x = 0$  不連續;  
D.  $f(0) = -1$ 。

3. (5%) 設  $f(x) = 1 - |1 - x|$ ,  $x \in [0, 2]$  下列何者不正確？

A.  $f(0) = 0$ ;    B.  $f$  在  $x = 1$  為不可微的點;    C.  $f(2) = 0$ ;  
D.  $f$  在  $(0, 2)$  不存在臨界點。

4. (5%) 設  $y^2 - x^2 = -8$ , 求在給定  $x = 3, y = -1$  時,  $\frac{dy}{dx} = ?$

A. -3;    B. -2;    C. 0;    D. 3。

二、計算題

5. (10%) 求  $\int \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx$ 。

6. (10%) 求  $f(x) = e^{-x}$  在  $x = 2$  處的 4 階泰勒展開式。

7. (10%) 令  $f(x, y) = x^2 - 2xy$ , 求  $\int_{-1}^2 \int_1^4 f(x, y) dy dx$ 。

8. (15%) 設  $f(x) = x^3 + 4x^2 + 2$ , 找出  $f$  遞增和遞減區域。

9. (10%) 設  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + 2y^2}$ , 求  $f_x(x, y)$  以及  $f_{xy}(x, y)$ 。

10. (15%) 求  $y = \ln x, y = 0, x = e, x = e^2$  所圍封閉區域面積。

11. (10%) 說明  $\sum \frac{2k+5}{\sqrt{k^6+3k^3}}$  收斂或發散。