

國立中山大學 112 學年度 碩士班暨碩士在職專班招生考試試題

科目名稱：微積分【海科系碩士班乙組選考】

— 作答注意事項 —

考試時間：100 分鐘

- 考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，請衡酌作答(不得另攜帶紙張，亦不得使用應考證空白處作為計算紙使用)。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，後果由考生自負。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

國立中山大學 112 學年度碩士班暨碩士在職專班招生考試試題

科目名稱：微積分【海科系碩士班乙組選考】

題號：458005

※本科目依簡章規定「不可以」使用計算機(問答申論題)

共 1 頁第 1 頁

請注意，若 $G(x) = e^x$ ，則符號 $G'(x)$ 定義為 G 對 x 的導數，並可得 $G'(x) = e^x$ 。請留意相關符號，並開始作答以下題目。

1、現有一函數 $F(x) = \int_0^x (8 - 6t + e^{t^2} - e^{-t^3}) dt$ ，請問 $F'(1)$ 等於多少？(15 分)

2、請求出 $f(x) = \sqrt{x}(a + bx)$ 的導數 $f'(x)$ 。其中 a 與 b 為任意常數。(5 分)

3、請求出 $f(x) = 3x^2 - 2\cos(x)$ 的導數 $f'(x)$ 。(5 分)

4、若 $y(t) = \frac{t \sin(t)}{1+t}$ ，請求出其導數 $y'(t)$ 。(10 分)

5、一函數 $G = G(x, y, z, t)$ ，其中 t 為時間的變數，而 x, y, z 分別為三度空間中的三個不同空間維度，並且 $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$ 。

另外存在以下關係： $u = \frac{\partial x}{\partial t}, v = \frac{\partial y}{\partial t}, w = \frac{\partial z}{\partial t}$ 。請完整演示函數 G 對 t 的全微分 ($\frac{D}{Dt}$, Total derivative) 結果。(15 分)

6、一個三度空間的向量 $\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k}$ ，其中 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ 分別為三個空間維度 x, y, z 上的單位向量，且 $\frac{\partial^2(V_z)}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2(V_z)}{\partial y \partial x}, \frac{\partial^2(V_y)}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2(V_y)}{\partial z \partial x}, \frac{\partial^2(V_x)}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2(V_x)}{\partial z \partial y}$ 。

本題包含兩個部分：

一、請先完整寫出 $\nabla \times \vec{V}$ 的結果。(5 分)

二、接著再詳細推演 $\nabla \cdot (\nabla \times \vec{V})$ 的結果。(15 分)

7、請寫出 Divergence theorem 的向量表達式，並簡述其意義。

(提示) 可使用以下符號：任意向量 \vec{F} ，面積分符號 $\iint_S dS$ ，體積積分符號 $\iiint_V dV$ ，與單位法向量 (Unit normal vector) 符號 \vec{n} 。(15 分)

8、在三度空間 (x, y, z 三個維度) 上的一個平面， $x = h(y, z)$ ，請推導對應此平面的單位法向量 (Unit normal vector)， \vec{n} 。在此 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ 分別為三個空間維度 x, y, z 上的單位向量。 \vec{n} 應以單位向量的形式表達。(15 分)