

考試科目	微積分	系所別	科技管理與智慧財產研究所 科技管理組一般生	考試時間	2 月 3 日(五)第二節
------	-----	-----	--------------------------	------	---------------

以下各題(共十大題)，每大題十分；請依序回答，並寫明計算的程序。

- (1) 試求 $\int_{-1}^1 \frac{\sin x + x^{2023} + 1}{1+x^2} dx = ?$
(2) 試求 $\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln\left(1 + \frac{3}{x}\right) = ?$
- (1) 試寫出 $\sin x$ 的 *Maclaurin* 級數展開。
(2) 在誤差小於 10^{-3} 之範圍內，試估計 $\sin 1$ 之近似值（四捨五入至小數點以下第 4 位）。
- 試求 $\int_0^{\infty} e^{-x} \sin x dx = ?$
- 試解微分方程式 $y^6 e^{2x} + \frac{dy}{dx} = 0$ 。
- 已知 $\frac{dy}{dx} = x^5 y$ 且 $y(0) = 3$ ，試求 $y(x) = ?$
- 有一空間區域被 $z = x^2 - y^2$ 、 $x = y$ 平面及 $x = 2$ 、 $x = 3$ 諸平面所圍，試求其體積。
- 設燈泡的壽命可由機率分佈函數 $f(x) = 0.001e^{-0.001x}$ ， $0 \leq x < \infty$ 所描述，試求燈泡壽命超過 1000 個小時的機率為何？
- 某國家疫後的生產函數為 $f(x, y) = 60x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}$ 。[x 表示勞力財(labor)， y 表示資本財(capital)]
(1) 試求 f_x 與 f_y 。
(2) 試求在勞力財為 125 且資本財為 27 時的邊際生產力，並依此結果說明應鼓勵勞力財或資本財的哪一種投資？
- 已知某產品的需求函數為 $p = D(x) = 400 - 0.2x^2$ ，供給函數為 $p = S(x) = 0.3x^2 + 200$ ，在市場均衡狀況下，試求：
(1) 市場的均衡價格 p^* 。
(2) 當此產品在價格 p^* 時，消費者剩餘 (C.S.) 的值為何？
(3) 當此產品在價格 p^* 時，生產者剩餘 (P.S.) 的值為何？
- 設某產品的產量函數為 $f(x, y) = 160x^{\frac{3}{4}}y^{\frac{1}{4}}$ 。[x 為勞力財的單位數， y 為資本財的單位數]
若每一單位的勞力財為 100 元，且每一單位的資本財為 200 元，試求在總花費不超過 40000 元的最大產量為何？

備

註

- 作答於試題上者，不予計分。
- 試題請隨卷繳交。