

國立中正大學  
112 學年度碩士班招生考試  
試題

[第 2 節]

科目名稱	線性代數與微分方程
系所組別	電磁晶片組 電機工程學系- 計算機工程組 電力與電能處理甲組

— 作答注意事項 —

※作答前請先核對「試題」、「試卷」與「准考證」之系所組別、科目名稱是否相符。

1. 預備鈴響時即可入場，但至考試開始鈴響前，不得翻閱試題，並不得書寫、畫記、作答。
2. 考試開始鈴響時，即可開始作答；考試結束鈴響畢，應即停止作答。
3. 入場後於考試開始 40 分鐘內不得離場。
4. 全部答題均須在試卷（答案卷）作答區內完成。
5. 試卷作答限用藍色或黑色筆（含鉛筆）書寫。
6. 試題須隨試卷繳還。

# 國立中正大學 112 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：線性代數與微分方程

本科目共 5 頁 第 1 頁

系所組別：電機工程學系-電磁晶片組、計算機工程組、電力與電能處理甲組

## 第一部分：線性代數

Let  $\mathbf{A} = [\mathbf{A}^{(1)} \ \mathbf{A}^{(2)} \ \mathbf{A}^{(3)}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ , where  $\mathbf{A}^{(1)}$ ,  $\mathbf{A}^{(2)}$  and  $\mathbf{A}^{(3)}$  are ordered column vectors of  $\mathbf{A}$ ,

$\mathbf{B} = [\mathbf{B}^{(1)} \ \mathbf{B}^{(2)} \ \mathbf{B}^{(3)}] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ , where  $\mathbf{B}^{(1)}$ ,  $\mathbf{B}^{(2)}$  and  $\mathbf{B}^{(3)}$  are ordered column vectors of  $\mathbf{B}$ , and

$\mathbf{I}_3 = [\mathbf{e}_1 \ \mathbf{e}_2 \ \mathbf{e}_3] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ , where  $\mathbf{e}_1$ ,  $\mathbf{e}_2$  and  $\mathbf{e}_3$  are ordered column vectors of  $\mathbf{I}_3$ .

1. Show your answers with details
  - a. (5 pts.) The geometry multiplicities of  $\mathbf{A}$ .
  - b. (5 pts.) The product of all eigenvalues in  $\mathbf{B}$ .
  - c. (15 pts.) The solution of  $\mathbf{A}[x_1 \ x_2 \ x_3]^T = [1 \ 2 \ 3]^T$  with Cramer's rule.
  
2. In  $\mathbb{R}^3$ , find the results with details.
  - a. (5 pts.) The coordinate vector with the basis  $\underline{\mathbf{A}} = \{\mathbf{A}^{(1)}, \mathbf{A}^{(2)}, \mathbf{A}^{(3)}\}$  corresponding to  $(1 \ 2 \ 3)_{\underline{\mathbf{e}}}$  with the standard basis  $\underline{\mathbf{e}} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ .
  - b. (10 pts.) The coordinate vector with the basis  $\underline{\mathbf{A}} = \{\mathbf{A}^{(1)}, \mathbf{A}^{(2)}, \mathbf{A}^{(3)}\}$  corresponding to  $(1 \ 2 \ 3)_{\underline{\mathbf{B}}}$  with the basis  $\underline{\mathbf{B}} = \{\mathbf{B}^{(1)}, \mathbf{B}^{(2)}, \mathbf{B}^{(3)}\}$ .
  - c. (10 pts.) The transition matrix from the standard basis  $\underline{\mathbf{B}} = \{\mathbf{B}^{(1)}, \mathbf{B}^{(2)}, \mathbf{B}^{(3)}\}$  to  $\underline{\mathbf{A}} = \{\mathbf{A}^{(1)}, \mathbf{A}^{(2)}, \mathbf{A}^{(3)}\}$ .

國立中正大學 112 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：線性代數與微分方程

本科目共 5 頁 第 2 頁

系所組別：電機工程學系-電磁晶片組、計算機工程組、電力與電能處理甲組

第二部分：微分方程

(單一選擇題，每題 5 分，答錯一題，倒扣 2 分，共十題合計 50 分)

1. The differential equation  $y' - \frac{y}{x} = y^2$  can be solved using the substitution

Select the correct answer.

- a.  $u = y$
- b.  $u = y^2$
- c.  $u = y^3$
- d.  $u = y^{-1}$
- e.  $u = y^{-2}$

2. Solve the problem  $y' = (x+1)y$ ,  $y(0) = 1$  numerically for  $y(0.2)$  using step size of  $h=0.1$ .

Select the correct answer.

- a. 1.1
- b. 1.11
- c. 1.2
- d. 1.21
- e. 1.221

3. The solution of the differential equation  $x^2y'' - 5xy' + 5y = 0$  is

Select the correct answer.

- a.  $y = c_1x + c_2x^2$
- b.  $y = c_1x\cos(\ln x) + c_2x^2\sin(\ln x)$
- c.  $y = c_1x\cos(2\ln x) + c_2x^2\sin(2\ln x)$
- d.  $y = c_1x^{\frac{(5+\sqrt{5})}{2}} + c_2x^{\frac{(5-\sqrt{5})}{2}}$
- e.  $y = c_1e^{2x} + c_2xe^{2x}\sin x$

4. Write the differential equation for  $RLC$  series electrical circuit if  $L=0.25$  H,  $R=10 \Omega$ , and  $C=0.001$  F, and  $E(t)=0$ .

Select the correct answer.

- a.  $\frac{1}{4} \frac{d^2q}{dt^2} + 10 \frac{dq}{dt} + 1000q = 0$
- b.  $\frac{1}{4} \frac{d^2q}{dt^2} + 10 \frac{dq}{dt} + \frac{1}{1000}q = 0$

國立中正大學 112 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：線性代數與微分方程

本科目共 5 頁 第 3 頁

系所組別：電機工程學系-電磁晶片組、計算機工程組、電力與電能處理甲組

c. 
$$\frac{1}{4} \frac{d^2 q}{dt^2} + 10 \frac{dq}{dt} + 1000q = 100$$

d. 
$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 10 \frac{dq}{dt} + 1000q = \frac{1}{4}$$

e. 
$$\frac{1}{4} \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{dq}{dt} + 1000q = 10$$

5. In the previous problem, find the charge  $q(t)$  on the capacitor in an  $RLC$  series circuit if  $q(0)=5$  C, and  $i(0)=0$  A .

Select the correct answer.

a. 
$$q(t) = \frac{5\sqrt{10}}{3} e^{-20t} \sin(60t + 1.249)$$

b. 
$$q(t) = \frac{5\sqrt{10}}{3} e^{-10t} \sin(60t + 1.249)$$

c. 
$$q(t) = \frac{\sqrt{10}}{3} e^t \sin(60t + 1.249)$$

d. 
$$q(t) = \frac{5\sqrt{10}}{3} e^{20t} \sin(60t + 1.249)$$

e. 
$$q(t) = \frac{5\sqrt{10}}{3} e^{-20t}$$

6. The particular solution of  $X' = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} t \\ 1 \end{bmatrix}$  is

Select the correct answer.

a. 
$$\begin{bmatrix} \frac{t}{4} + \frac{19}{16} \\ \frac{t}{2} + \frac{7}{8} \end{bmatrix}$$

b. 
$$\begin{bmatrix} \frac{t}{4} - \frac{19}{16} \\ \frac{t}{2} + \frac{7}{8} \end{bmatrix}$$

國立中正大學 112 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：線性代數與微分方程

本科目共 5 頁 第 4 頁

系所組別：電機工程學系-電磁晶片組、計算機工程組、電力與電能處理甲組

c. 
$$\begin{bmatrix} \frac{t}{4} + \frac{1}{8} \\ t - \frac{7}{8} \end{bmatrix}$$

d. 
$$\begin{bmatrix} \frac{t}{4} - \frac{1}{8} \\ t - \frac{7}{8} \end{bmatrix}$$

e. None of the above

7. The Fourier series of the function  $f(x) = x^2$  on  $[-1, 1]$  is

Select the correct answer.

a. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(-1)^n \sin(n\pi x)}{n^2 \pi^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(-1)^n \cos(n\pi x)}{n^2 \pi^2}$$

b. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(-1)^n \sin(n\pi x)}{n^2 \pi^2}$$

c. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(-1)^n \cos(n\pi x)}{n^2 \pi^2}$$

d. 
$$\frac{1}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(-1)^n \sin(n\pi x)}{n^2 \pi^2}$$

e. 
$$\frac{1}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(-1)^n \cos(n\pi x)}{n^2 \pi^2}$$

8. The general solution of  $y'' + n^2 \pi^2 y = 0$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 1$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ , is

Select the correct answer.

a.  $y = 0$

b.  $y = c \cdot \sin(n\pi x)$

c.  $y = c \cdot \cos(n\pi x)$

d.  $y = c(e^{n\pi x} - e^{-n\pi x})$

e.  $y = c(e^{n\pi x} + e^{-n\pi x})$

9. When the Laplace transform is applied to the problem

$y'' + 2y' + y = e^{3t}$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 2$ , the resulting transformed equation is

Select the correct answer

國立中正大學 112 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：線性代數與微分方程

本科目共 5 頁 第 5 頁

系所組別：電機工程學系-電磁晶片組、計算機工程組、電力與電能處理甲組

a.  $(s^2 + 2s + 1)Y = -s - 4 + \frac{1}{s-3}$

b.  $(s^2 + 2s + 1)Y = s - 4 + \frac{1}{s-3}$

c.  $(s^2 + 2s + 1)Y = s + 4 + \frac{1}{s+3}$

d.  $(s^2 + 2s + 1)Y = -s - 4 + \frac{1}{s+3}$

e.  $(s^2 + 2s + 1)Y = s + 4 + \frac{1}{s-3}$

10. The solution of the initial value problem in the previous problem is

Select the correct answer

a.  $y = \frac{15e^t + 44te^t + e^{3t}}{16}$

b.  $y = \frac{15e^t - 44te^t + e^{3t}}{16}$

c.  $y = \frac{15e^{-t} + 44te^{-t} + e^{3t}}{16}$

d.  $y = \frac{15e^{-t} - 44te^{-t} + e^{3t}}{8}$

e.  $y = \frac{15e^{-t} + 44te^{-t} + e^{3t}}{8}$