

國立中正大學

112 學年度碩士班招生考試

試題

[第 3 節]

科目名稱	微積分
系所組別	地球與環境科學系地震學

—作答注意事項—

※作答前請先核對「試題」、「試卷」與「准考證」之系所組別、科目名稱是否相符。

1. 預備鈴響時即可入場，但至考試開始鈴響前，不得翻閱試題，並不得書寫、畫記、作答。
2. 考試開始鈴響時，即可開始作答；考試結束鈴響畢，應即停止作答。
3. 入場後於考試開始 40 分鐘內不得離場。
4. 全部答題均須在試卷（答案卷）作答區內完成。
5. 試卷作答限用藍色或黑色筆（含鉛筆）書寫。
6. 試題須隨試卷繳還。

國立中正大學 112 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：微積分

本科目共 1 頁 第 1 頁

系所組別：地球與環境科學系地震學

一、試求下列各式之值

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}$ (5%)

(2) 設 $z = x^2 + 3xy + y^2$, $x = \sin u + \cos v$, $y = \sin u - \cos v$, 試求 $\frac{\partial z}{\partial u}$ 及 $\frac{\partial z}{\partial v}$ (5%)

(3) 試求 $\int_e^{10} \frac{1}{x \ln x \ln(\ln x)} dx$? (5%)

(4) 試求 $\int_0^1 \int_0^{y^2} 2ye^x dx dy$? (5%)

(5) 試求 $\int_0^{\pi/2} \int_0^1 \int_0^2 zy^2 \sin x dz dy dx$? (5%)

二、將曲線 $x = \ln y$ 在 $y=1$ 到 $y=2$ 的部份，繞 x 軸旋轉而成一旋轉體。試求其表面積為若干？(15%)

三、若一放射性元素的半衰期為 1500 年，而放射性元素的衰變關係式為 $\frac{dx}{dt} = kx$ ，其中 k 為一常數， $x(t)$

表示過 t 年後所剩的質量，

(a) 試問經過 6000 年以後所剩的質量與原本質量的比為多少？(10%)

(b) 又經過多少年後，所剩的質量為原來質量的 $1/5$? (5%)

四、設地球某處之重力分佈可以 $\phi(x, y, z) = z^2 y + y^2 z + z^2 x$ 來表示，則於 $(-2, 1, 2)$ 處，重力變化最快的方向為何？其大小又為何？(15%)

五、試求函數 $r = 1 + \sin \theta$ 之外側與函數 $r = 3 \sin \theta$ 之內側所圍的面積 (15%)

六、試以梯形法與辛普森法求 $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$ 的值並比較兩法的準確性(可將區間分割成 5 等份比較) (15%)