

國立中山大學 112 學年度

碩士班暨碩士在職專班招生考試試題

科目名稱：工程數學【機電系碩士班乙組、丙組】

— 作答注意事項 —

考試時間：100 分鐘

- 考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，請衡酌作答(不得另攜帶紙張，亦不得使用應考證空白處作為計算紙使用)。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，後果由考生自負。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

國立中山大學 112 學年度碩士班暨碩士在職專班招生考試試題

科目名稱：工程數學【機電系碩士班乙組、丙組】

題號：438001

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（問答申論題） 共 2 頁第 1 頁

1. Solve the following ODEs.

(a) $(3y - 2)dx + 4xdy = 0$ (5%)

(b) $y'' - 2y' + y = x - 2$ (5%)

(c) $x^2y'' - xy' + y = x^2$ ($x > 0$) (5%)

2. (10%) Sketch the given curve. Guess what its orthogonal trajectories may look like. Find its orthogonal trajectories.

$$y = \sqrt{x + c}$$

3. (10%) Find the solution of the initial value problem (IVP) by using the Laplace transform. $y'' + 7y' + 12y = u(t - 1) + \delta(t - 2)$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$

4. (15%) Find the transient motion of the mass-spring system modeled by the ODE in Figure 1, where $m = 1$, $c = 2$, $k = 2$, and $r(t) = 10 \sin(2t)$ if $0 < t < \pi$ and $r(t) = 0$ if $t > \pi$.

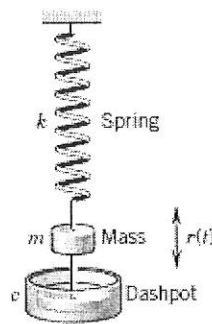


Figure 1.

5. (20%) Consider the one-dimensional heat problem modeled by a long metal bar as the figure shown below. The bar is perfectly insulated laterally so that heat flows in the x-direction only. Suppose the initial temperature in the bar at time $t = 0$ is $f(x)$. Please derive the solution by using separation of variables and Fourier series.



Figure 2. Bar under consideration.

[Hint: One-dimensional Heat equation: $\frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$

B.C.: $u(0, t) = 0, u(L, t) = 0$ for all $t \geq 0$.

I.C.: $u(x, 0) = f(x)$.]

國立中山大學 112 學年度碩士班暨碩士在職專班招生考試試題

科目名稱：工程數學【機電系碩士班乙組、丙組】

題號：438001

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（問答申論題） 共 2 頁第 2 頁

6. (15%) Suppose $F = [x, y^2, z^3]$, S is the surface of the box $|x| \leq 3, |y| \leq 2, |z| \leq 1$.

Evaluate the surface integral $\iint_S F \cdot n dA$ by the divergence theorem of Gauss.

7. Given a periodic function $f(x) = \pi - |x|, -\pi < x < \pi$.

(a) Find the Fourier series of $f(x)$. (10%)

(b) Find the sum of $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} \cdots$ (5%)