國立成功大學

112學年度碩士班招生考試試題

編　號： 254

系　所： 體育健康與休閒研究所

科　目： 牛頓力學

日　期： 0207

節　次： 第 3 節

備　註： 不可使用計算機

※ 考生請注意：本試題不可使用計算機。　請於答案卷(卡)作答，於本試題紙上作答者，不予計分。

基本知識 Basic Knowledge（如果你已熟悉向量運算和微積分，可直接開始答題）：

所謂的純量(scalar)是不具方向性的物理量，如：溫度、時間、質量。向量(vector)則是具有方向性的物理量，如：位移、速度、加速度、。

假設一固定於地球的座標系（使用卡氏座標系）的三個方向為 $\hat{x}$，$\hat{y}$，$\hat{z}$。這三個方向彼此互相垂直，且皆為量值=1 的單位向量。**單位向量通常會加一個像帽子的符號或以粗體字表示。對於一般量值不為 1 的向量，這裡會加上底線代表是向量。**

若已知向量 $\underline{a}$ 的三個分量（分別為 $a_1, a_2,$ 和 a_3），即 $\underline{a} = a_1\hat{x} + a_2\hat{y} + a_3\hat{z}$。向量 $\underline{a}$ 的量值（以$|\underline{a}|$的符號表示）為，$|\underline{a}| = \sqrt{(a_1)^2+(a_2)^2+(a_3)^2}$。與之類似，若向量 $\underline{b} = b_1\hat{x} + b_2\hat{y} + b_3\hat{z}$，則其量值$|\underline{b}| = \sqrt{(b_1)^2+(b_2)^2+(b_3)^2}$。

所謂兩向量的內積，是其相對應的分量乘積的總合，為一純量。例如 $\underline{a}$ 和 $\underline{b}$ 的內積（符號為 $\underline{a}\bullet\underline{b}$），即為 $\underline{a}\bullet\underline{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$。此內積純量也可以用另一種方式求出，即$|\underline{a}||\underline{b}|(\cos\theta)$。這裡的 θ 為兩向量間的夾角。

所謂兩向量 $\underline{a}$ 和 $\underline{b}$ 的外積（其結果為向量，符號為 $\underline{a}\times\underline{b}$），定義為：

$$\underline{a}\times\underline{b} = \begin{bmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = (a_2b_3 - a_3b_2)\hat{x} + (a_3b_1 - a_1b_3)\hat{y} + (a_1b_2 - a_2b_1)\hat{z}$$

。另一種求外積的方式為分別求出其量值和方向。即 $\underline{a}\times\underline{b}$ 的量值為$|\underline{a}\times\underline{b}| = |\underline{a}||\underline{b}|(\sin\theta)$。而方向（量值=1）為依據右手定則，同時垂直於 $\underline{a}$ 和 $\underline{b}$ 的方向。這裡的右手定則，是指當右手的四指先指向 $\underline{a}$，再朝的 $\underline{b}$ 的方向卷曲，則此時拇指的方向即為所求的方向。此外，卡氏座標系的三個方向有這樣的特性：$\hat{x}\times\hat{y}=\hat{z}$，$\hat{y}\times\hat{z}=\hat{x}$；$\hat{z}\times\hat{x}=\hat{y}$。

微分基本概念：假設 f 為 x 的函數，即 f=f(x)。通常這些函數 f(x)和 g(x),可以簡寫成 f 和 g。所謂 df/dx，即 f 對 x 的微分，定義為當 h 趨近 0 時，(f(x+h)-f(x))/h 的值。從定義可證明 $dx^n/dx = nx^{n-1}$; $d\sin(x)/dx = \cos(x)$; $d\cos(x)/dx = -\sin(x)$; $d(\ln x)/dx=1/x$; $de^x/dx = e^x$；還有一些常用公式如 product rule: d(fg)/dx = (df/dx)g + f(dg/dx), 即把兩函數的乘積微分，等於前者的微分乘以後者，加上後者的微分乘以前者； chain rule: 若 f=f(x)且 x=x(t)，則 df/dt = (df/dx)(dx/dt)，即 f 對 x 的微分乘以 x 對 t 的微分。

積分基本概念：∫ f(x)dx = F(x)+C, 這裡的 F 為 f 的反導數，即 dF/dx = f, 而 C 為常數。例如 $\int x^n\,dx = x^{n+1}/(n+1) + C$。若積分符號有上下標，例如從 x=a 積分到 x=b，則積分的結果為 F(b)-F(a) （不需再加上常數 C）。假設 u 和 v 皆為 x 的函數，則 ∫ udv = uv – ∫ vdu (分部積分)。

正式的題目從下一頁開始

正式的題目從這裡開始 Formal exam questions start from here.

選擇題，每題 5 分，共 30 分

1. 關於以下基本物理名詞定義的敘述何者為非？ A. 質點的線動量定義為其質量乘以其速度。B. 線動量和角動量皆為向量。 C. 質點的動能為其質量乘以速度量值的平方，即 mv^2。 D. 動能也是向量。
2. 某人在 5 秒之中由靜止狀態均勻加速至 10 m/s (即每秒 10 公尺的速率)。若接下來的 5 秒保持在這樣的直線運動速率，則在總共這 10 秒之中此人共跑了多遠？ A. 50 m。 B. 75 m。 C. 100 m。 D. 125 m。
3. 某人在河邊面向河觀景時，忽然重心不穩，身體前傾即將落水。此時若將手中物品往哪個方向拋出則最有可能不至於落水？ A. 往前 B. 往後 C. 往上 D. 往右。
4. 關於動力鍊原理，以下何者為非？A. 即單一關節(肢段)的運動會牽涉到一連串鄰近關節(肢段)動作狀態的變化。B. 開放式動力鏈是肢體末端動作不受限，如丟球和揮桿。C. 閉鎖式動力鏈指肢體末端(遠端)動作受限，如俯地挺身。D. 動力鍊原理即為使用鏈條以協助運動訓練。
5. 運動生物力學的研究大致上有兩大目標：提升運動表現，與降低傷害發生。通常這兩個目標 A. 可同時達成。B. 彼此相違背(即若想達成其中一個，則另一個就難以達成)。C. 兩者並不相干。D. 以上皆非。
6. 滑冰選手進行身體旋轉時，會將雙手靠近身體。關於這樣的動作，以下何者為非？ A. 雙手靠近身體可降低相對於身體縱軸的轉動慣量。 B. 若角動量守恆，轉動慣量降低可增加轉速。 C. 雙手靠近身體也同時增加了位能。 D. 以質點為例，轉動慣量跟其與轉軸的距離平方成正比。

計算題

1. (10%) If $f(x)= x^4\sin(x)$, then what is df/dx ?　　If $g(x)= ln(x^3) + 4\cos(x)$, and $x= e^{2t}$, then what is dg/dt = ?

2. (10%) Function f(t) is defined for positive values of t. The Laplace transform of f(t), denoted as $\mathcal{L}\{f(t)\}$, is defined as:

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t)\, dt$$

That is, after the transform, f(t) becomes a new function F which is a function of variable s.
Show that $\mathcal{L}\{ t \}=1/(s^2)$. Also, suppose $df(t)/dt = f'(t)$. Then show that $\mathcal{L}\{ f'(t)\} = sF(s)-f(0)$. You may need to apply integration by parts for the calculation.

3. (10%) 有一運動中的球 A(質量為 m_A)與另一靜止球 B(質量 m_B)發生正面的彈性碰撞(即碰撞前後的動量和動能都守恆)。碰撞後 A 反彈，B 則沿 A 的原運動方向前進，且碰撞後兩球的速度相同但方向相反。

3.1. 若碰撞後兩球的速率分別為 v_A 與 v_B，請分別依據動量守恆和動能守恆列出兩個關係式。

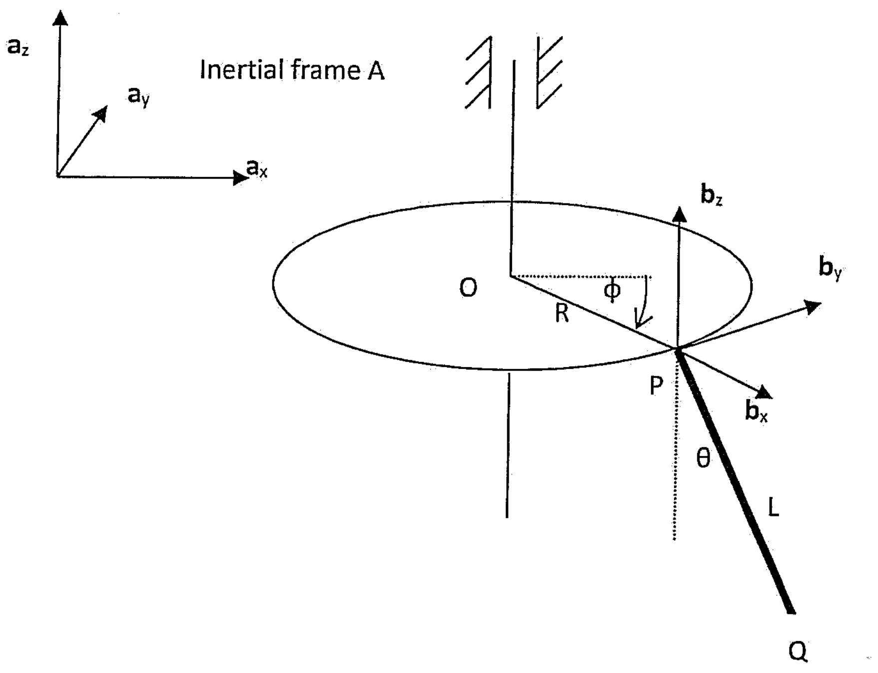
3.2. 根據以上的關係式，請計算 m_A 與 m_B 的關係。

4. (15%)假設鏈球運動可由下圖的模型來模擬。固定於地球的座標系統A的三個互相垂直的單位向量分別為$\mathbf{a}_x$, $\mathbf{a}_y$, and $\mathbf{a}_z$。固定於選手身上的座標系統B的三個互相垂直的單位向量分別為$\mathbf{b}_x$, $\mathbf{b}_y$, and $\mathbf{b}_z$。一開始這兩個座標系統重合，接下來選手開始旋轉動作，即座標系統B 繞著 $\mathbf{b}_z$(與$\mathbf{a}_z$保持同方向)旋轉了角度ϕ。

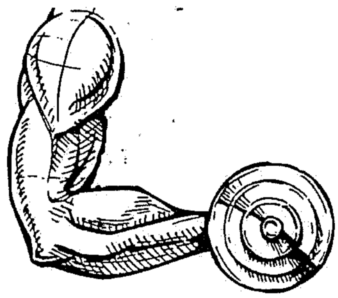
4.1. 若 $\mathbf{b}_z$ 與 $\mathbf{a}_z$ 重合，請將單位向量 $\mathbf{b}_y$ 以角度 ϕ 和座標系統 A 的 $\mathbf{a}_x$, $\mathbf{a}_y$ 來表示。

4.2. 假設 O 點固定並先假設球在 P 點位置，即從 O 指到 P 的位置向量 $\underline{r}_{OP} = R\mathbf{b}_x = R(\mathbf{a}_x\cos\phi - \mathbf{a}_y\sin\phi)$. 則從 A 座標系統觀察的 P 點速度為 ${}^A\underline{v}_P = {}^A d\underline{r}_{OP}/dt = R(-\mathbf{a}_x\sin\phi - \mathbf{a}_y\cos\phi)(d\phi/dt)$。這裡 ${}^A d\underline{r}_{OP}/dt$ 表示是從 A 座標系統對 $\underline{r}_{OP}$ 進行時間微分(並因為 $\mathbf{a}_x$, $\mathbf{a}_y$ 在 A 座標系統中固定不動，故可當成常數)。以此方式，請計算 P 點的加速度，即計算 ${}^A d({}^A\underline{v}_P)/dt$

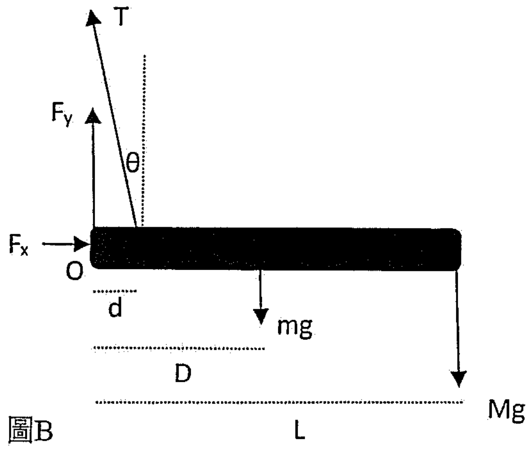
4.3. 同樣假設 O 點固定，但球在 Q 點的位置。請計算從 A 座標系統觀察的 Q 點速度。



5. (10%)手臂以二頭肌施力舉啞鈴的動作如下圖A所示。前臂的自由體圖如圖B所示。前臂質量=m，啞鈴質量=M，重力加速度=g。前臂質心與手肘(O點)的距離為D，啞鈴的質心與O點的距離為L。二頭肌與前臂的接點跟O點的距離為d。假設上臂對前臂在肘關節處所施之力可分解為F_x 和 F_y，二頭肌施力T的方向與鉛直線之夾角為θ。假設前臂處於靜力平衡狀態，即前臂受力總合與力矩總合皆為0。



圖A

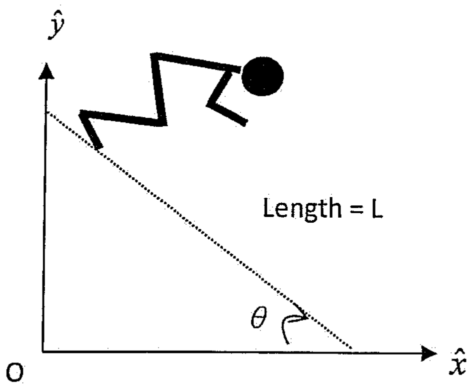


圖B

5.1 依據前臂受力總合與力矩總合皆為0的條件，請列出相對應之方程式。

5.2 請計算T的值，以F_x, F_y, θ， m, M, g, d, D, and L來表示。

6. (15%) 一名滑雪運動員從靜止開始，於總長=L 之斜坡滑下，斜坡與水平面之傾斜角度為 θ。若從開始到滑完 L 的距離共花時間 T 秒，並假設其下滑時整體可看成為一等加速度運動之質點，雖有地面摩擦力，但不計空氣阻力和升力。重力加速度為$-g\hat{y}$。



6.1 下滑過程之加速度為何？

6.2 與斜坡之動摩擦力係數為何?

6.3 若滑到水平面時，動摩擦係數維持不變，則會再滑行多長距離會停下來？