國立中正大學
111 學年度碩士班招生考試
試 題
[第1節]

科目名稱	基礎數學
系所組別	數學系統計科學

—作答注意事項—

※作答前請先核對「試題」、「試卷」與「准考證」之系所組別、科目名稱是否相符。

1. 預備鈴響時即可入場，但至考試開始鈴響前，不得翻閱試題，並不得書寫、畫記、作答。
2. 考試開始鈴響時，即可開始作答；考試結束鈴響畢，應即停止作答。
3. 入場後於考試開始 40 分鐘內不得離場。
4. 全部答題均須在試卷（答案卷）作答區內完成。
5. 試卷作答限用藍色或黑色筆（含鉛筆）書寫。
6. 試題須隨試卷繳還。

國立中正大學111學年度碩士班招生考試試題

(42%) 1. Evaluate the following limit and integral:

(7%) (a) $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{(1+x)(1+2x)(1+3x)(1+4x)}-1}{x}$

(7%) (b) $\lim_{x\to\infty} (e^{4x}+x^2)^{\frac{1}{2x}}$

(7%) (c) $\lim_{x\to\infty} x^{\frac{1}{x}}$

(7%) (d) $\int_1^\infty e^{-x^2+2x+3}dx$

(7%) (e) $\int_0^\infty xe^{-2x}dx$

(7%) (f) $\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 \frac{1}{\sqrt{1+y^3}}dydx$

(10%) 2. Use method of Lagrange multipliers to find the minimun value of the function $f(x,y) = 3x+4y$ subject to the constraints $x^2+y^2=1$.

(10%) 3. Compute $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1}$

(10%) 4. Let e_1 and e_2 be eigenvectors of a symmetric matrix A that corresponding to distinct eigenvalues λ_1 and λ_2. Show that e_1 and e_2 are orthogonal.

(12%) 5. If A is an $n\times n$ symmetric idempotent matrix. Show that the eigenvalues of A are either 0 or 1, and the number of eigenvalues equal to 1 is $\text{tr}(A)$.

(16%) 6. Let A=$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$.

(8%) (a) Find the eigenvalues and the corresponding eigenvectors of A^{10}.

(4%) (b) Find $\det(A^5)$.

(4%) (c) Find A^{-1}.