

國立中正大學
111 學年度碩士班招生考試
試題

[第 1 節]

科目名稱	微積分
系所組別	數學系
	數學系應用數學

—作答注意事項—

※作答前請先核對「試題」、「試卷」與「准考證」之系所組別、科目名稱是否相符。

1. 預備鈴響時即可入場，但至考試開始鈴響前，不得翻閱試題，並不得書寫、畫記、作答。
2. 考試開始鈴響時，即可開始作答；考試結束鈴響畢，應即停止作答。
3. 入場後於考試開始 40 分鐘內不得離場。
4. 全部答題均須在試卷（答案卷）作答區內完成。
5. 試卷作答限用藍色或黑色筆（含鉛筆）書寫。
6. 試題須隨試卷繳還。

國立中正大學 111 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：微積分

本科目共 1 頁 第 1 頁

系所組別：數學系

數學系應用數學

1. Let $f(x) = \int_0^{3x-2} \arctan t \, dt$.
 (5 pts) (a) Find $f'(x)$.
 (5 pts) (b) Determine $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2}$ if it exists.
 (5 pts) (c) Evaluate $f(1)$.
2. (10 pts) Let $\Gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 4x^2 + 2xy + y = y^3 + 2\}$. Find the equation of the tangent line to Γ at the point $(1, 2)$.
3. Let $g(x) = \begin{cases} x^3 - 2x^2 - 3x + 4 & , \text{ if } x \geq 2 \\ x \ln(1 + x^2) - 10 & , \text{ if } x < 2 \end{cases}$.
 (7 pts) Show that $g(x)$ is a one-to-one function.
 (8 pts) Let $h(x)$ be the inverse function of $g(x)$. Evaluate $h'(4)$.
4. (10 pts) Determine if $\int_{\pi}^{\infty} \frac{\cos x}{x} \, dx$ is convergent or divergent.
5. (10 pts) Let $F(x) = \int_0^x \ln(t^2 + 1) \, dt$. Find the Maclaurin series of $F(x)$.
6. (10 pts) Determine if the infinite series $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n! 2^n}{n^n}$ is convergent or divergent.
7. (10 pts) Let $f(x, y) = x^3 + y^3 - 6x^2 + 3y^2 - 1$. Find the absolute extrema of $f(x, y)$ subject to the constraint $x^2 + y^2 \leq 18$.
8. (10 pts) Let R be the region bounded by the square with vertices $(2, 0)$, $(4, 2)$, $(2, 4)$, and $(0, 2)$. Evaluate the integral

$$\iint_R (x + y)^2 e^{y-x} \, dA.$$
9. (10 pts) Evaluate the line integral

$$\oint_C (8y - e^x \cos y) \, dx + (e^x \sin y + 2x) \, dy,$$
 where C is the circle: $(x - 1)^2 + y^2 = 4$ oriented counterclockwise.