逢甲大學100學年度碩士班招生考試試題 編號：108 科目代碼：347

科目	數學(微分方程、線性代數)	適用系所	運輸科技與管理學系乙組	時間	100 分鐘

※請務必在答案卷作答區內作答。

本次試題共有十題，每題十分，請盡力作答！

1) 試計算 $\int_0^{\pi} x\sin x dx$

2) 試微分下列函數式

   $(a)\ \sqrt{8-7\cos 2x}$ $\quad (b)\ \cos^2 x - \sin 2x$

3) 試利用「高斯喬丹消去法」，計算下列 3×3 矩陣 A 之反矩陣。

$$A=\begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & -3 & -5 \\ -1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

4) 試利用「擬反矩陣」，求右列已知數據點(1, 1), (2, 2.4), (3, 3.6), (4, 4)之最小平方直線。

5) 試利用克拉瑪法則求解下列線性方程式系統。

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = -2 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = -5 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \end{cases}$$

6) 試證明$\{(1, 2), (3, 1)\}$可以形成 $\mathbf{R}^2$ 的一組基底。

7) 試求 $\mathbf{R}^3$ 中一點 $\mathbf{x}=(4, 1, -7)$到 $\mathbf{R}^3$ 中所有具(a, b, b)型式向量所組成之子空間 W 的距離。

8) 找出從基底 B 到基底 B'的轉移矩陣，並找出$[\mathbf{x}]_B$，若

$$B=\{(1,0,2),(0,1,3),(1,1,1)\},\ B'=\{(2,1,1),(1,0,0),(0,2,1),\ [\mathbf{x}]_{B'}=\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

9) 考量定義為 $T(x, y)=(x, x+y, 2y)$之線性轉換 $T：\mathbf{R}^2\rightarrow\mathbf{R}^3$，試求 T 相對於 $\mathbf{R}^2, \mathbf{R}^3$之基底$\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2\}$及$\{\mathbf{u}'_1, \mathbf{u}'_2, \mathbf{u}'_3\}$之矩陣形式，其中

   $\mathbf{u}_1=(1, 3), \mathbf{u}_2=(4, -1),$，而 $\mathbf{u}'_1=(1, 0, 0),\ \mathbf{u}'_2=(0, 2, 0),\ \mathbf{u}'_3=(0, 0, -1)$

   此外，請利用所得矩陣求解向量 $\mathbf{u}=(9, 1)$之像。

10) 試求解下列微分方程式。

   $x^2y'' - 2xy' + 2y = 0,\ y(1)=1.5,\ y'(1)=1$