

# 中原大學 100 學年度 碩士班 入學考試

3 月 19 日 13:30~15:00 通訊工程碩士學位學程

誠實是我們珍視的美德，  
我們喜愛「拒絕作弊，堅守正直」的你！

科目：計算機數學(線性代數、離散)

(共 2 頁第 1 頁)

可使用計算機，惟僅限不具可程式及多重記憶者

不可使用計算機

注意：請按順序作答，並標明答案

- Given the two vectors  $\mathbf{a} = \langle 2, -1, 4 \rangle$  and  $\mathbf{b} = \langle 3, 2, -1 \rangle$ :
  - Compute the dot product  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ . (5%)
  - Compute the cross product  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ . (5%)
  - Determine if the two vectors are *orthogonal*. Explain why. (5%)
- Given the matrix:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

- Compute the inverse of the matrix:  $A^{-1}$ . (5%)
- Determine if the matrix  $A$  is *orthogonal*? Explain why. (5%)
- Consider the following system of linear equations: (5%)

$$\begin{cases} -x - y - z = 1 \\ 4x + 5y = 1 \\ y - 3z = 2 \end{cases}$$

Find the solution vector  $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ .

- Given the matrix:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 6 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

- Determine the rank of the matrix by row-Echelon reduction. (5%)
- Find the eigenvalues and eigenvectors of the matrix. (15%)

# 中原大學 100 學年度 碩士班 入學考試

3 月 19 日 13:30~15:00 通訊工程碩士學位學程

誠實是我們珍視的美德，  
我們喜愛「拒絕作弊，堅守正直」的你！

科目：計算機數學(線性代數、離散)

(共 2 頁第 2 頁)

可使用計算機，惟僅限不具可程式及多重記憶者

不可使用計算機

4. Use the Fermat's Little Theorem to compute  $5^{999} \bmod 13$ . (10%)

5. Find a closed form for the generating function for the sequence  $a_n$ , where (10%)

$$a_n = n + 1, \text{ for } n = 0, 1, 2, \dots$$

6. Solve the recurrence relation  $a_{n+1} = 3a_n - 2a_{n-1}$ , for  $n \geq 1$  and  $a_0 = 3$  and  $a_1 = 5$ . (10%)

7. Draw the labeled tree if it can be converted to the Prüfer code given by: (10%)

$\langle 1 \ 1 \ 3 \ 3 \rangle$ .

8. Determine the number of spanning trees for the following graph: (10%)

