

國立中正大學

111 學年度碩士班招生考試

試題

[第 2 節]

科目名稱	微積分
系所組別	經濟學系國際經濟學

—作答注意事項—

※作答前請先核對「試題」、「試卷」與「准考證」之系所組別、科目名稱是否相符。

1. 預備鈴響時即可入場，但至考試開始鈴響前，不得翻閱試題，並不得書寫、畫記、作答。
2. 考試開始鈴響時，即可開始作答；考試結束鈴響畢，應即停止作答。
3. 入場後於考試開始 40 分鐘內不得離場。
4. 全部答題均須在試卷（答案卷）作答區內完成。
5. 試卷作答限用藍色或黑色筆（含鉛筆）書寫。
6. 試題須隨試卷繳還。

國立中正大學 111 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：微積分

本科目共 3 頁 第 1 頁

系所組別：經濟學系國際經濟學

第一部分：選擇題（每題 4 分，共 40 分）

注意事項：

(1) 請選出唯一正確的選項。

(2) 請使用「選擇題作答區」作答。

1. 請問極限 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x-6}{|x-2|}$ 為何？
(A) -5
(B) 0
(C) 5
(D) 不存在
2. 假設 $y = (x^2 + 3)e^{x^2+1}$ ，請問 $\frac{dy}{dx}$ 為何？
(A) $(x^2 + 2x + 3)e^{x^2+1}$
(B) $2x(x^2 + 4)e^{x^2+1}$
(C) $(x + 1)^2 e^{x^2+1}$
(D) $4x^2 e^{x^2+1}$
3. 假設 $x^2 - 3xy + y^3 - 3 = 0$ ，請用隱函數定理 (implicit function theorem) 找出 $\frac{dy}{dx} = ?$
(A) $\frac{3x-3y^2}{2x-3y}$
(B) $\frac{2x-3y}{3x-3y^2}$
(C) $\frac{3y^2-3x}{2x-3y}$
(D) $\frac{3y-2x}{3x-3y^2}$
4. 假設 $f(x) = x + \frac{1}{x}$ 且 $x \neq 0$ ，請問此函數的相對極端值為何？
(A) 相對最大值為 -1，相對最小值為 1
(B) 相對最大值為 1，相對最小值為 -1
(C) 相對最大值為 -2，相對最小值為 2
(D) 相對最大值為 2，相對最小值為 -2
5. 請用萊布尼茲積分法則 (Leibniz integral rule) 找出 $\frac{d}{dx} \int_0^x (x-y)^2 dy = ?$
(A) x^2
(B) $2x - 1$
(C) $\frac{1}{3}$

(D) $\frac{1}{3}x^3 - x^2 + x$

6. 請用部分積分法 (integration by parts) 找出不定積分 $\int \sqrt{x} \ln(x) dx = ?$

(A) $[3 \ln(x) - 2]x^{3/2} + C$

(B) $[\ln(x) - 1]x^{3/2} + C$

(C) $\frac{2}{3}[\ln(x) - 1]x^{3/2} + C$

(D) $\frac{2}{9}[3 \ln(x) - 2]x^{3/2} + C$

7. 假設 $f(x) = \frac{1}{1+x}$ 且 $x \neq -1$, 請問此函數在 $x = 1$ 展開的 4 階泰勒級數 (Taylor series) 為何?

(A) $1 + \frac{1}{2}(x-1) + \frac{1}{4}(x-1)^2 + \frac{1}{8}(x-1)^3 + \frac{1}{16}(x-1)^4$

(B) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}(x-1) + \frac{1}{8}(x-1)^2 - \frac{1}{16}(x-1)^3 + \frac{1}{32}(x-1)^4$

(C) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}(x+1) + \frac{1}{8}(x+1)^2 - \frac{1}{16}(x+1)^3$

(D) $1 + \frac{1}{2}(x+1) + \frac{1}{4}(x+1)^2 + \frac{1}{8}(x+1)^3 + \frac{1}{16}(x+1)^4$

8. 請用比例檢驗法 (ratio test) 判斷 (1) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{2^n}$ 與 (2) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{e^n}$ 何者收斂?

(A) 僅 (1) 收斂

(B) 僅 (2) 收斂

(C) (1) 和 (2) 皆收斂

(D) (1) 和 (2) 皆發散

9. 假設 $f(x, y) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 32y + 500$, 在 $x + y = 100$ 之限制下, 用拉格朗日乘數法 (Lagrange multiplier method) 得到的極端值為相對最大或相對最小? 發生在何處?(A) 相對最小; 發生在 $x = 32$ 及 $y = 68$ (B) 相對最大; 發生在 $x = 32$ 及 $y = 68$ (C) 相對最小; 發生在 $x = 30$ 及 $y = 70$ (D) 相對最大; 發生在 $x = 30$ 及 $y = 70$

10. 承上題, 請問拉格朗日乘數 (Lagrange multiplier) 為何?

(A) 32

(B) 68

(C) 30

(D) 70

國立中正大學 111 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：微積分

本科目共 3 頁 第 3 頁

系所組別：經濟學系國際經濟學

第二部分：填充題（每格 6 分，共 60 分）

注意事項：

(1) 此部分不須計算過程。

(2) 此部分請不要使用「選擇題作答區」作答。

(3) 請自行於作答區第一頁「選擇題作答區」的下面製作如下的填充題作答區：

(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
(f)	(g)	(h)	(i)	(j)

11. (30%) 給定常數 $c \neq 0$ ，若某函數 $f(x, y)$ 滿足 $f(cx, cy) = c^k f(x, y)$ ，則該函數稱為 k 階齊次函數。現考慮固定替代彈性 (constant elasticity of substitution, CES) 生產函數： $Q = A[\delta K^{-\rho} + (1 - \delta)L^{-\rho}]^{-1/\rho}$ ，其中 Q 為產量， K 和 L 分別為資本投入與勞動投入， $A > 0$ 為效率參數， $0 < \delta < 1$ 為分配參數， $\rho > -1$ 且 $\rho \neq 0$ 為替代參數。請問此 CES 生產函數為 (a) 階齊次函數？

其資本邊際報酬 $MP_K = \frac{\partial Q}{\partial K}$ 與勞動邊際報酬 $MP_L = \frac{\partial Q}{\partial L}$ 為 (b) 階齊次函數？請利用此二邊際報酬找出等產量曲線之斜率 $\frac{dK}{dL} = -\frac{MP_L}{MP_K} =$ (c)，並用羅必達法則 (L'Hôpital's rule) 找出 $\lim_{\rho \rightarrow 0} \ln\left(\frac{Q}{A}\right) =$ (d)。

透過 $Q = Ae^{\ln(Q/A)}$ ，請找出 $\lim_{\rho \rightarrow 0} Q =$ (e)。

12. (30%) 在跨期消費模型中，一個常見設定為固定相對風險趨避 (constant relative risk aversion, CRRA) 效用函數： $u(C_t) = \frac{C_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta}$ ，其中 C_t 為第 t 期消費， $\theta > 0$ 且 $\theta \neq 1$ 為模型參數。請找出 CRRA 效用函數的相對風險趨避係數 $-C_t \frac{u''(C_t)}{u'(C_t)} =$ (f)，其中 $u'(C_t)$ 和 $u''(C_t)$ 分別代表 $u(C_t)$ 的一階導數和二階導數。接著，請計算 $\ln\left[\frac{u'(C_{t+1})}{u'(C_t)}\right] =$ (g)，並用其得到跨期替代彈性 $-\left\{\frac{\partial \ln\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)}{\partial \ln\left[\frac{u'(C_{t+1})}{u'(C_t)}\right]}\right\} =$ (h)。

最後，請找出 $\lim_{\theta \rightarrow 0} u(C_t) =$ (i) 及 $\lim_{\theta \rightarrow 1} u(C_t) =$ (j)。

最後，請找出 $\lim_{\theta \rightarrow 0} u(C_t) =$ (i) 及 $\lim_{\theta \rightarrow 1} u(C_t) =$ (j)。